



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

INPE-5306-TDI/456

UTILIZAÇÃO DE ATRIBUTOS DERIVADOS DE PROPORÇÕES DE CLASSES  
DENTRO DE UM ELEMENTO DE RESOLUÇÃO DE IMAGEM ("PIXEL") NA  
CLASSIFICAÇÃO MULTIESPECTRAL DE IMAGENS DE SENSORIAMENTO  
REMOTO

ANA PAULA DUTRA DE AGUIAR

INPE  
São José dos Campos  
junho 1991

SECRETARIA DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-5306-TDI/456

UTILIZAÇÃO DE ATRIBUTOS DERIVADOS DE PROPORÇÕES DE CLASSES  
DENTRO DE UM ELEMENTO DE RESOLUÇÃO DE IMAGEM ("PIXEL") NA  
CLASSIFICAÇÃO MULTIESPECTRAL DE IMAGENS DE SENSORIAMENTO  
REMOTO

ANA PAULA DUTRA DE AGUIAR

Dissertação de Mestrado em Sensoriamento Remoto e  
Aplicações, orientada pelos Dr. Nelson Delfino d'Ávila  
Mascarenhas e Dr. Yosio E. Shimabukuro, aprovada em abril  
de 1991.

INPE  
São José dos Campos  
junho 1991

621.376.5

AGUIAR, A.P.D.

Utilização de atributos derivados de proporções de classes dentro de um elemento de resolução de imagem ("Pixel") na classificação multiespectral de imagens de sensoriamento remoto. / A.P.D. Aguiar. -- São José dos Campos: INPE, 1991. 227p. -- (INPE-5306-TDI/456)

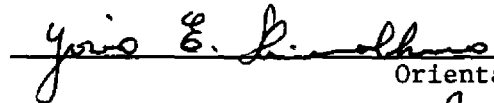
1.Classificação multiespectral. 2. Método dos mínimos quadrados. 3.Título

Aprovada pela Banca Examinadora  
em cumprimento a requisito exigido  
para a obtenção do Título de Mestre  
em Sensoriamento Remoto

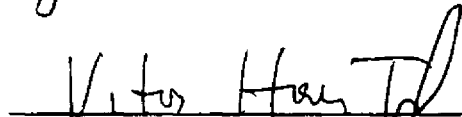
Dr. Nelson Delfino d'Ávila Mascarenhas

  
\_\_\_\_\_  
Presidente/Orientador


Dr. Yosio Edemir Shimabukuro

  
\_\_\_\_\_  
Orientador

Dr. Vitor Francisco de Araújo Haertel

  
\_\_\_\_\_  
Membro da Banca  
- convidado -

Dr. Gerald Jean Francis Banon

  
\_\_\_\_\_  
Membro da Banca

Candidata: Ana Paula Dutra de Aguiar

São José dos Campos, 26 de abril de 1991



"Se não houver frutos,  
valeu a beleza das flores.  
Se não houver flores,  
valeu a sombra das folhas.  
Se não houver folhas,  
valeu a intenção da semente..."

Henfil



## AGRADECIMENTOS

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) pela oportunidade de realizar o Curso de Mestrado e por oferecer a estrutura necessária para o desenvolvimento desta dissertação.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa concedida.

Agradeço sinceramente aos meus orientadores, Dr. Nelson D. D'Ávila Mascarenhas e Dr. Yosio E. Shimabukuro, pela atenção, sugestões e auxílio sempre que necessário.

A todo pessoal do Departamento de Processamento de Imagens (DPI) e do Laboratório de Tratamento de Imagens Digitais (LTID) pela ajuda na implementação dos programas.

Aos professores do Curso de Mestrado e a todos os funcionários do INPE, especialmente o pessoal da Biblioteca, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

A Marie H. Magalhães e Rosana Garcia Gonçalves pelo serviço de datilografia.

Aos amigos da Rotunda pelos bons momentos e companheirismo. Ao Graco por todo seu afeto e compreensão e, acima de tudo, aos meus pais que sempre se fizeram presentes, com toda amizade e carinho que um filho pode desejar.





## RESUMO

A energia espectral captada por instrumentos de Sensoriamento Remoto orbital é a integração, denominada mistura, da energia espectral refletida ou emitida por todos os objetos, denominados componentes primários da mistura, contidos no elemento de cena. As classes de uso do solo presentes em uma cena podem ser descritas em termos das proporções destes componentes, especialmente para alvos florestais. O objetivo desta dissertação é analisar o efeito obtido no processo de classificação automática quando utilizadas bandas sintéticas derivadas das proporções dos componentes em cada pixel. É adotado um Modelo Linear de Mistura e empregados os métodos de Mínimos Quadrados com Restrições e Mínimos Quadrados Ponderado para estimar as proporções. As imagens utilizadas (Landsat TM) referem-se a duas áreas de reflorestamento, denominadas "ITAPEVA" e "MOGI-GUAÇU". A análise do processo de classificação baseia-se no algoritmo de Máxima Verossimilhança, sob hipótese gaussiana, e em métodos de redução da dimensão do espaço de atributos frequentemente empregados em Sensoriamento Remoto. Os resultados obtidos mostram que a partir de conjuntos substitutos de atributos (formados pela adição de bandas sintéticas às originais ou somente pelas bandas sintéticas) obtém-se, de modo geral, uma maior compactação de atributos pelas transformações de Componentes Principais e Análise Canônica. Contudo, não se obteve melhoria significativa nas estimativas de desempenho médio e nos valores de Distância J-M entre as classes. No entanto, a análise qualitativa das imagens temáticas forneceu importantes resultados: a) para as cenas analisadas, concluiu-se que não se deve utilizar conjuntos substitutos formados pela adição de bandas sintéticas às originais; b) os melhores resultados são obtidos pela utilização somente das bandas sintéticas, desde que estas sejam geradas a partir de componentes que representem de forma adequada as classes da cena e cujas proporções indiquem diferenças estruturais dos alvos. Constata-se, desta forma, a importância da sombra como componente primário para alvos florestais. Utilizar somente bandas sintéticas pode ser visto como um método de redução da dimensão do espaço de atributos comparável aos métodos usualmente empregados em Sensoriamento Remoto. As bandas sintéticas podem também ser úteis para interpretação visual, pois, além do excelente efeito visual obtido pela sua composição colorida, suas informações representam conceitos físicos (proporções) mais facilmente assimiláveis do que as assinaturas espectrais das classes.



USE OF FEATURES DERIVED FROM CLASS PROPORTIONS IN A PIXEL  
FOR THE MULTISPECTRAL CLASSIFICATION OF REMOTE SENSING  
IMAGES

ABSTRACT

The spectral energy collected by the Remote Sensing instrumentation is the integration, called mixture, of the energy reflected or emitted by the objects, called primary components of the mixture, contained in a picture element. The land use classes in a scene can be described in terms of these components proportions, specially for forest targets. The objective of this dissertation is to analyze the effect obtained in the automatic classification process when utilizing synthetic bands derived from components proportions in each pixel. A Linear Mixing Model is adopted and the estimated proportions are obtained by the use of the Constrained Least Squares and Weighted Least Squares methods. The Landsat TM images used for the tests correspond to two reforested areas denominated "ITAPEVA" and "MOGI-GUAÇU". The analysis of the classification process is based on the Maximum Likelihood Algorithm using the gaussian hypothesis, and on methods of dimensionality reduction frequently employed in Remote Sensing. The obtained results show that, in general, by using a substitute attribute set (formed by the addition of the synthetic bands to the originals or only by the synthetic bands), a greater compression performance under the Principal Components and Canonical Analysis transformations is obtained. However, not significant improvement in the estimation of the average performance nor in the J-M Distance values between classes was obtained. In spite of this fact, the qualitative analysis of the thematic images provided important results: a) for the analyzed images it is possible to conclude that one should not use the substitute set composed by the addition of the synthetic bands to the originals; b) the best results are obtained by utilizing the synthetic bands only, provided that they are generated from the components which adequately represent classes in the scene and such that their proportions indicate the target structural differences. One observes, in this way, the importance of shade as a primary component for forest targets. The use of the synthetic bands only can be seen as a method for reducing the feature space comparable to the methods usually employed in Remote Sensing. The synthetic bands can also be useful for manual interpretation, due to their excellent visual effect produced by colour composites and also because their information represents physical concepts (proportions) easier assimilated than the classes spectral signatures.



## SUMÁRIO

	<u>Pág</u>
LISTA DE FIGURAS.....	xvii
LISTA DE TABELAS.....	xxi
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....</u>	1
<u>CAPÍTULO 2 - ESTIMAÇÃO DE PROPORÇÕES DE CLASSES EM PIXEL.....</u>	7
2.1 - Método de Máxima Verossimilhança.....	8
2.2 - Método dos Mínimos Quadrados.....	14
2.3 - Considerações sobre o problema de estimação de proporções de classes em um pixel.....	20
2.3.1 - Comparação entre os modelos.....	20
2.3.2 - Interpretação geométrica.....	22
2.3.3 - Análise e obtenção das assinaturas espectrais dos componentes da mistura.....	24
2.4 - Aplicações.....	31
<u>CAPÍTULO 3 - CLASSIFICAÇÃO AUTOMÁTICA DE IMAGENS MUL- TIESPECTRAIS.....</u>	37
3.1 - Classificação por métodos estatísticos de reco- nhecimento de padrões.....	38
3.2 - Classificação pelo método de Máxima Verossimi- lhança .....	42
3.2.1 - Teoria estatística de decisão.....	43
3.2.2 - O método de classificação por Máxima Veros- similhança.....	46
3.2.3 - Condições para o bom desempenho do classifica- dor de Máxima Verossimilhança.....	49
3.2.4 - Avaliação do desempenho do classificador.....	51
3.3 - Redução da dimensão do espaço de atributos.....	52

3.3.1 - Seleção de atributos.....	53
3.3.2 - Transformações no espaço de atributos.....	57
<u>CAPÍTULO 4 - MODELO DE MISTURA ADOTADO.....</u>	69
4.1 - Modelo Linear de Mistura.....	69
4.2 - Métodos para estimar proporções de classes em um pixel.....	70
4.2.1 - Mínimos Quadrados com Restrições.....	70
4.2.2 - Mínimos Quadrados Ponderado.....	82
4.3 - Geração das bandas linearmente relacionadas às proporções dos componentes.....	86
4.4 - Cálculo da Imagem de Erro.....	86
<u>CAPÍTULO 5 - EXPERIMENTOS.....</u>	89
5.1 - Metodologia.....	89
5.2 - Experimento "ITAPEVA".....	94
5.2.1 - Descrição da área de estudo.....	94
5.2.2 - Aplicação dos estimadores de proporções.....	94
5.2.3 - Análise da utilização das bandas sintéticas no processo de classificação.....	108
5.2.3.1 - Análise dos componentes principais.....	108
5.2.3.2 - Análise canônica.....	112
5.2.3.3 - Medida de separabilidade estatística distância J-M.....	114
5.2.3.4 - Estimativa do desempenho do classificador de Máxima Verossimilhança e análise qualitativa das imagens temáticas.....	117
5.2.4 - Modelo de Mistura comparado aos métodos convencionais de redução da dimensão do espaço de atributos.....	124
5.3 - Experimento "MOGI-GUAÇU".....	129
5.3.1 - Descrição da área de estudo.....	129
5.3.2 - Aplicação dos estimadores de proporções.....	129

5.3.3 - Análise da utilização das bandas sintéticas no processo de classificação.....	141
5.3.3.1 - Análise dos componentes principais.....	141
5.3.3.2 - Análise canônica.....	145
5.3.3.3 - Medida de separabilidade estatística distância J-M.....	147
5.3.3.4 - Estimativa do desempenho do classificador MAXVER e análise qualitativa das imagens temáticas.....	150
5.3.4 - Modelo de Mistura comparado aos métodos convencionais de redução da dimensão do espaço de atributos.....	159
5.4 - Sumário dos resultados obtidos.....	163
<u>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</u>	171
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</u>	177
APÊNDICE A - Estimativa de parâmetros pelo método de Máxima Verossimilhança (MAXVER).....	181
APÊNDICE B - O Modelo Linear Padrão (ou modelo de regressão linear clássico).....	185
APÊNDICE C - Sistema bem-condicionado e mal-condicionado .....	189
APÊNDICE D - A inversa generalizada .....	193
APÊNDICE E - Conversão dos Números Digitais para valores de reflectância.....	199





## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 - Problemas de mistura: a) causados por objetos menores do que o elemento de cena; b) nos limites (fronteiras) dos objetos.....	2
2.1 - Interpretação geométrica do problema de estimação de proporções para três componentes (A1, A2 e A3) e três canais.....	23
2.2 - "Simplex" de sinais para três componentes e dois canais.....	25
2.3 - "Simplex" de sinais: a) bem-condicionado; b) mal-condicionado.....	26
2.4 - Região ocupada pelas observações no caso ideal de mistura, para três componentes (S1, S2 e S3) e e três canais.....	28
3.1 - Espaço multiespectral bidimensional (bandas 5 e 7 MSS) mostrando sua relação com as características de reflectância espectral dos tipos de cobertura do terreno.....	39
3.2 - Espaço multiespectral bidimensional (bandas 5 e 7 MSS) com classes espectrais representadas por distribuições de probabilidade gaussianas.....	41
3.3 - Decisão por funções discriminantes.....	45
3.4 - Distância J-M e probabilidade de classificação correta como função da distância normalizada entre as médias (Equação 3.17).....	56
3.5 - Exemplo no qual é possível reduzir o número de atributos pela transformação dos Componentes Principais.....	59
3.6 - Dados hipotéticos em um espaço bi-dimensional, para duas classes, ilustrando: a) falta de separabilidade nas bandas originais e na componente principal; b) eixo no qual as classes podem ser separadas.....	60

3.7 - Interpretação geométrica da transformação de Karhunen-Loève em duas dimensões.....	63
4.1 - Região que satisfaz as restrições para $n = 3$ componentes.....	78
5.1 - Localização da área de estudo "ITAPEVA" no Estado do Mato Grosso do Sul.....	95
5.2 - Curvas de reflectância dos componentes referente à área de estudo "ITAPEVA".....	97
5.3 - Imagem Landsat TM (valores convertidos para reflectância aparente) da área de estudo "ITAPEVA"	99
5.4 - Bandas sintéticas geradas pelo MQR para o experimento "ITAPEVA".....	100
5.5 - Bandas sintéticas geradas pelo MQP para o experimento "ITAPEVA".....	101
5.6 - Imagem de Erro para o experimento "ITAPEVA", a partir das bandas sintéticas geradas pelo MQR...	104
5.7 - Comparação entre as composições coloridas (R/G/B) para o experimento "ITAPEVA": a) Bandas sintéticas (SOLO/VEGETAÇÃO/SOMBRA) geradas pelo MQR; b) Bandas originais (5r/4r/3r).....	105
5.8 - Triângulo de Proporções para o experimento "ITAPEVA".....	107
5.9 - Comparação entre (a) o primeiro Componente Principal gerado a partir das bandas(1r,2r,3r,4r,5r,7r) + VEGETAÇÃO e (b) a banda de VEGETAÇÃO para o experimento "ITAPEVA".....	111
5.10 - Imagens temáticas resultantes da classificação (primeiro enfoque) no experimento "ITAPEVA"....	121
5.11 - Imagens temáticas resultantes da classificação (segundo enfoque) para o experimento "ITAPEVA".	128
5.12 - Localização da área de estudo "MOGI-GUAÇU" no estado de São Paulo.....	130
5.13 - Distribuição das classes na área de estudo "MOGI-GUAÇU".....	132
5.14 - Curvas de reflectância dos componentes referentes à área de estudo "MOGI-GUAÇU".....	134

5.15 - Imagem TM (valores convertidos para reflectância aparente) da área de estudo do "MOGI-GUAÇU"	135
5.16 - Bandas sintéticas geradas pelo MQP para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	137
5.17 - Comparação entre as composições coloridas (R/G/B): a) Bandas originais (5r,4r,3r); b) Bandas sintéticas (SOLO/EUCA/PINUS1) para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	138
5.18 - Imagem de Erro para o experimento "MOGI-GUAÇU".	139
5.19 - Comparação entre (a) a primeira componente principal gerada a partir das bandas (1r,2r,3r,4r,5r,7r) + EUCA e (b) a banda EUCA para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	144
5.20 - Imagens temáticas resultantes da classificação (primeiro enfoque) para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	155
5.21 - Imagens temáticas resultantes da classificação (segundo enfoque) para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	162
C.1 - Superfície residual e um k-elipsóide para um problema com $n = 2$ .....	190
C.2 - k-elipsóides para um problema bem-condicionado e para um problema mal-condicionado.....	191
D.1 - Superfície residual e k-elipsóide para um problema com $n = 2$ e $p = 1$ .....	197



## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 - Valores dos coeficientes da função objetivo para $m = 4$ bandas, $n = 3$ componentes.....	73
4.2 - Valores dos coeficientes da função objetivo para $m = 6$ bandas, $n = 3$ componentes.....	74
4.3 - Valores dos coeficientes da função objetivo após considerar a primeira restrição ( $m = 4$ bandas, $n = 3$ componentes).....	75
4.4 - Valores dos coeficientes da função objetivo após considerar a primeira restrição ( $m = 6$ bandas, $n = 3$ componentes).....	76
4.5 - Possíveis saídas para o caso A.....	79
4.6 - Matriz W contendo os valores de ponderação iniciais.....	85
4.7 - Vetor contendo os valores residuais.....	86
5.1 - Valores de reflectância dos componentes para área de estudo "ITAPEVA" - dados Landsat TM.....	96
5.2 - Comparação entre os parâmetros estatísticos das bandas sintéticas geradas pelo MQR e MQP (NC = Nível de Cinza).....	102
5.3 - Tempo computacional dos métodos MQR e MQP para o experimento "ITAPEVA" (3 componentes e 6 bandas)	102
5.4 - Parâmetros estatísticos da Imagem de Erro para o experimento "ITAPEVA", a partir das bandas sintéticas geradas pelo MQR (NC = Nível de Cinza)..	105
5.5 - Resultados da Análise dos Componentes Principais (autovalores e porcentagens) para o experimento "ITAPEVA".....	109
5.6 - Coeficientes de correlação entre as bandas originais e sintéticas para o experimento "ITAPEVA"	110
5.7 - Variância dos dados nas bandas originais e sintéticas para o experimento "ITAPEVA".....	110

5.8 - Resultados da análise canônica (autovalores não nulos) para o experimento "ITAPEVA".....	113
5.9 - Distância euclidiana entre as médias das classes nas bandas sintéticas e originais para o experimento "ITAPEVA".....	115
5.10 - Variância das classes nas bandas originais e sintéticas para o experimento "ITAPEVA".....	115
5.11 - Resultados da Distância J-M média para o experimento "ITAPEVA".....	116
5.12 - Matriz de classificação para o experimento "ITAPEVA" (primeiro enfoque) - caso a: 3r,4r,5r....	118
5.13 - Matriz de classificação para o experimento "ITAPEVA" (primeiro enfoque)- caso b.1: 3r,5r, VEGETAÇÃO.....	118
5.14 - Matriz de classificação para o experimento "ITAPEVA" (primeiro enfoque)- caso b.2: 3r,4r, SOLO	119
5.15 - Matriz de classificação para o experimento "ITAPEVA" (primeiro enfoque)- caso b.3: 3r,4r, SOM-BRA.....	119
5.16 - Matriz de classificação para o experimento "ITAPEVA" (primeiro enfoque)- caso b.4: 3r, VEGETAÇÃO, SOMBRA.....	120
5.17 - Matriz de classificação para o experimento "ITAPEVA" (primeiro enfoque) - caso c: VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA.....	120
5.18 - Matriz de classificação para o experimento "ITAPEVA" (segundo enfoque) quando utilizados os primeiros componentes principais (C1, C2, C3)..	125
5.19 - Matriz de classificação para o experimento "ITAPEVA" (segundo enfoque) quando utilizados os eixos canônicos (C1, C2).....	126
5.20 - Matriz de classificação para o experimento "ITAPEVA" (segundo enfoque) quando utilizadas as bandas selecionadas pela distância J-M (3r,4r, 5r).....	126

5.21 - Matriz de classificação para o experimento "ITA PEVA" (segundo enfoque) quando utilizadas as bandas sintéticas derivadas das proporções dos componentes primários .....	127
5.22 - Valores de reflectância dos componentes para a área de estudo "MOGI-GUAÇU" - Dados TM.....	134
5.23 - Tempo computacional do método MQP para o experimento "MOGI-GUAÇU" (4 componentes e 6 bandas)..	135
5.24 - Resultados da Análise dos Componentes Principais (autovalores e porcentagens) para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	142
5.25 - Coeficientes de correlação entre as bandas originais e sintéticas para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	143
5.26 - Variância dos dados nas bandas originais e sintéticas para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	143
5.27 - Resultados da Análise Canônica (autovalores não nulos) para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	146
5.28 - Resultados da Distância J-M média para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	148
5.29 - Distância Euclidiana entre as médias das classes nas bandas originais e sintéticas para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	149
5.30 - Variância das classes nas bandas originais e sintéticas para o experimento "MOGI-GUAÇU".....	149
5.31 - Matriz de classificação para o experimento "MOGI-GUAÇU" - caso a: 3r,4r,5r,7r.....	151
5.32 - Matriz de classificação para o experimento "MOGI-GUAÇU" - caso b.1: 4r,5r, EUCA.....	151
5.33 - Matriz de classificação para o experimento "MOGI-GUAÇU" - caso b.2: 3r,4r, PINUS1.....	152
5.34 - Matriz de classificação para o experimento "MOGI-GUAÇU" - caso b.3: 3r,5r, PINUS2.....	152
5.35 - Matriz de classificação para o experimento "MOGI-GUAÇU" - caso b.4: 4r,5r, SOLO.....	153



5.36 - Matriz de classificação para o experimento "MO-GI-GUAÇU" - caso b.5: 4r, EUCA, SOLO.....	153
5.37 - Matriz de classificação para o experimento "MO-GI-GUAÇU" - caso c.1: EUCA, PINUS1, PINUS2, SOLO.....	154
5.38 - Matriz de classificação para o experimento "MO-GI-GUAÇU" (segundo enfoque) quando utilizados os primeiros componentes principais (C1/C2/C3)....	160
5.39 - Matriz de classificação para o experimento "MO-GI-GUAÇU" (segundo enfoque) quando utilizados os eixos canônicos (C1/C2/C3).....	160
5.40 - Matriz de classificação para o experimento "MO-GI-GUAÇU" (segundo enfoque) quando utilizadas as bandas selecionadas pela distância J-M (3r,4r, 5r,7r).....	161
5.41 - Matriz de classificação para o experimento "MO-GI-GUAÇU" (segundo enfoque) quando utilizadas as bandas sintéticas derivadas das proporções dos componentes primários (EUCA, PINUS1, PINUS2, SOLO).....	161
D.1 - Possíveis sistemas consistentes de equações lineares.....	195

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

Instrumentos de Sensoriamento Remoto captam a energia espectral refletida ou emitida por uma área na superfície delimitada pelo campo de visão instantâneo - IFOV ("Instantaneous Field of View") - característico do sensor. Espacialmente, imagens obtidas por satélites de Sensoriamento Remoto são compostas por pixels ("picture elements") ou elementos de imagem, em número finito, e quantizadas em níveis de brilho discretos. A área no terreno correspondente a um elemento de imagem é denominada elemento de cena. Atualmente, o tamanho do elemento de cena para imagens orbitais de Sensoriamento Remoto é grande o bastante para incluir mais de um tipo de cobertura do terreno (geralmente, o elemento de cena varia entre 80 (sensor MSS) e 10 metros (sensor HRV, modo pancromático)).

Quando o sensor observa a cena, a radiância detetada é a integração, denominada mistura, da radiância de todos os objetos, cujo tamanho seja menor do que o elemento de cena, ou objetos maiores, cujos limites estejam dentro do elemento de cena, conforme mostra a Figura 1.1.

O fenômeno de mistura tem sido considerado, na literatura, um fator limitante ao processo de classificação automática. Os métodos convencionais de classificação baseiam-se, predominantemente, nas características espectrais dos pixels; geralmente, uma classe corresponde a um único tipo de cobertura do terreno. Portanto, o sinal gerado pela combinação de duas ou mais classes não será representativo de nenhuma delas, acarretando uma classificação incorreta e, conseqüentemente, uma estimativa imprecisa da área ocupada por cada classe no terreno.

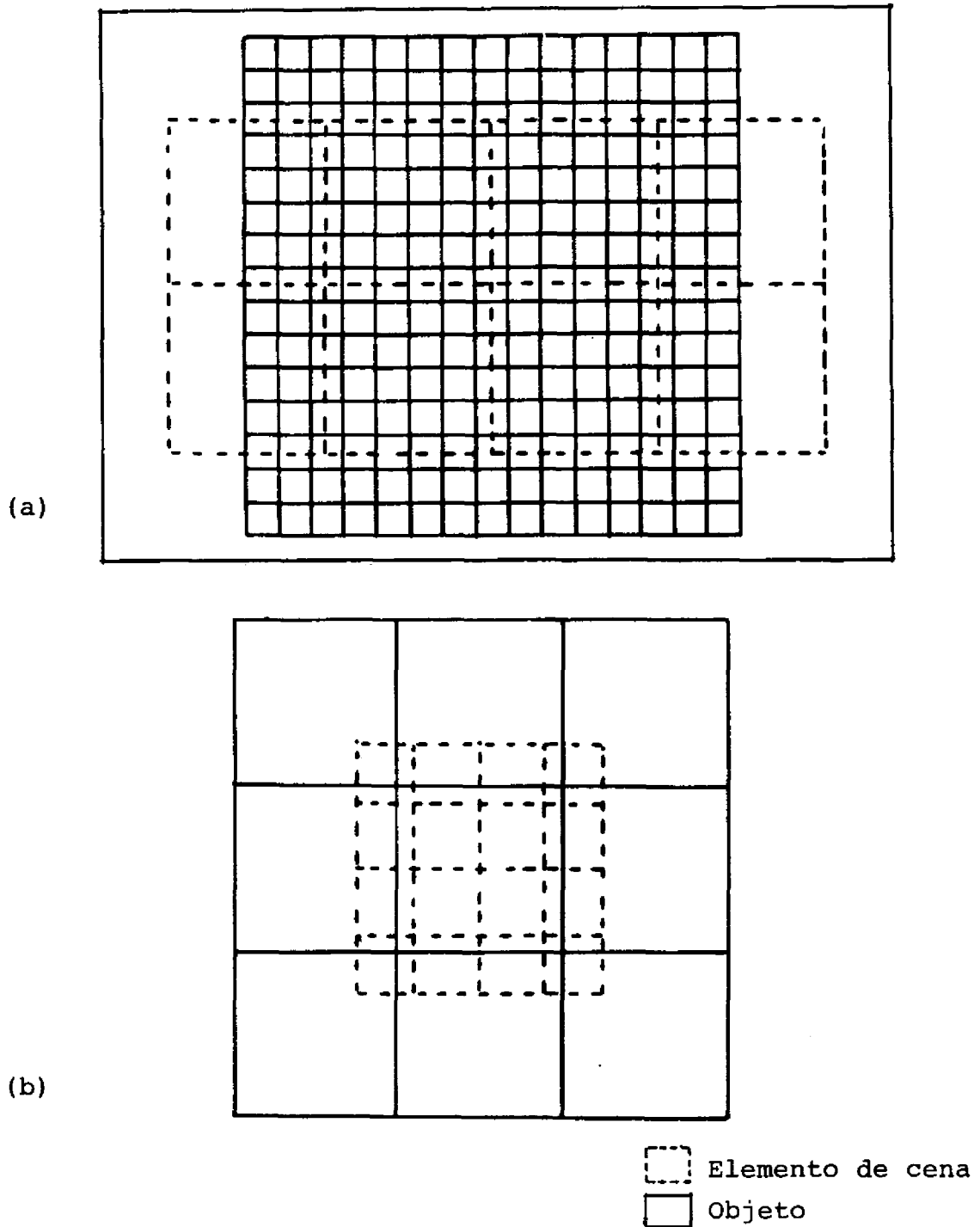


Fig. 1.1 - Problemas de mistura: a) causados por objetos menores do que o elemento de cena; b) nos limites (fronteiras) dos objetos.

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 12.

Na literatura, são encontrados modelos de mistura e vários métodos propostos para estimar as proporções de classes em um pixel através da resposta multiespectral captada pelo sensor. As primeiras aplicações de modelos de mistura visavam solucionar o problema acima descrito, isto é, melhorar as estimativas de área obtidas pelos métodos convencionais de classificação. Alguns trabalhos nesta linha são apresentados na seção 2.4. Outra forma encontrada na literatura de utilizar os modelos de mistura são aplicações que envolvem imagens derivadas das proporções dos materiais que formam a cena, conforme descrito a seguir.

O modelo proposto por Detchmendy e Pace (1972) foi desenvolvido para explicar a variabilidade observada nas assinaturas espectrais das classes. A suposição básica deste modelo é que estas variações são causadas, principalmente, por características estruturais dos alvos na escala sub-pixel, que podem ser interpretadas em termos das proporções dos materiais (denominados componentes primários) que compõem a cena.

Por exemplo, segundo Shimabukuro (1987), em áreas de florestas são encontrados, principalmente, três componentes: a copa das árvores, solo e sombra. Adams et al. (1990) descrevem os tipos de uso do solo encontrados na floresta Amazônica em termos de quatro componentes: vegetação, solo, sombra e madeira.

Segundo Shimabukuro (1987), o sombreamento está geralmente presente em todas as cenas naturais, representando um caso especial do problema de mistura. Em sua dissertação, propõe a utilização de uma imagem formada pela proporção de sombra em cada pixel, denominada imagem de sombra, como indicadora de variações na estrutura da floresta, isto é, a proporção estimada de sombra em um pixel

indica variações na idade, tipo e forma das copas das árvores. Shimabukuro sugere a utilização de imagens de sombra como canal adicional (características de textura) no processo de classificação automática, especialmente para áreas de florestas.

O objetivo da presente dissertação é analisar a proposta de Shimabukuro, isto é, estudar o efeito obtido na classificação automática de imagens multiespectrais quando utilizadas bandas derivadas das proporções dos componentes dentro dos pixels, denominadas bandas sintéticas, derivadas não somente do componente sombra, mas também dos outros componentes que formam a cena.

Esta análise está baseada em dois enfoques distintos. No primeiro, o objetivo é analisar a utilização de conjuntos de atributos substitutos dos atributos originais (que sejam formados pela adição de bandas sintéticas às originais ou formados pelas bandas sintéticas) no processo de classificação, através da estimativa de desempenho médio e da análise qualitativa das imagens temáticas geradas pelo classificador de Máxima Verossimilhança, sob hipótese gaussiana. Além disso, é verificada a compactação que pode ser obtida pela aplicação de métodos de redução da dimensão do espaço de atributos usualmente empregados em Sensoriamento Remoto (Principais Componentes, Análise Canônica e Distância Jeffreys-Matusita) a partir dos conjuntos substitutos de atributos.

Utilizar somente bandas sintéticas no processo de classificação automática pode ser visto também como uma forma de reduzir a dimensão do espaço de atributos ao número de componentes primários da mistura, de modo que, nos novos eixos, as classes convencionais são descritas em função das diferenças nas proporções dos componentes primários. Este é o objetivo do segundo enfoque desta análise:

comparar o modelo de mistura aos métodos de redução da dimensão do espaço de atributos citados no parágrafo anterior, através da análise dos resultados obtidos pela classificação por Máxima Verossimilhança, sob hipótese gaussiana, quando utilizadas as bandas resultantes da aplicação destes métodos e as bandas sintéticas.

Esta dissertação está organizada do seguinte modo:

- O capítulo 2 consiste de uma revisão sobre o problema de mistura e apresenta os principais métodos propostos na literatura para estimar as proporções de classes em um pixel;
- O capítulo 3 descreve o processo de classificação automática, o algoritmo de Máxima Verossimilhança analisado e os métodos convencionais de redução da dimensão do espaço de atributos;
- No capítulo 4 são descritos o modelo de mistura adotado e os métodos matemáticos implementados (Mínimos Quadrados com Restrições e Mínimos Quadrados Ponderado);
- O capítulo 5 apresenta a metodologia de trabalho, descreve os experimentos e analisa os resultados obtidos;
- O capítulo 6 apresenta as conclusões e as recomendações.

Visando elucidar alguns aspectos teóricos relativos aos métodos matemáticos adotados, quatro apêndices foram acrescentados: o Apêndice A aborda o método de Máxima Verossimilhança; o Apêndice B compara a estimação de parâ-

metros no modelo linear padrão pelo Método dos Mínimos Quadrados e pelo procedimento de Máxima Verossimilhança; o Apêndice C apresenta o conceito de problema bem condicionado e problema mal condicionado para o modelo do Apêndice B; e, no Apêndice D, o modelo linear é modificado e o conjunto de soluções possíveis é brevemente exposto. Além destes, no Apêndice E, é descrito o procedimento e a fundamentação para a conversão dos números digitais dos dados Landsat em valores de reflectância aparente.

Cabe ainda observar que se decidiu pela não unificação da notação matemática ao longo do texto, sendo mantida a notação utilizada pelos autores consultados.

## CAPÍTULO 2

### ESTIMAÇÃO DE PROPORÇÕES DE CLASSES EM UM PIXEL

Neste capítulo são revisados alguns modelos de mistura encontrados na literatura e os métodos propostos pelos autores para estimar as proporções das classes em um pixel.

Estes métodos selecionam a composição de componentes cuja assinatura espectral é a aproximação mais precisa do sinal detectado pelo sensor para determinado elemento de resolução no terreno (Ranson, 1975).

Horwitz et al. (1971) formularam o problema em termos probabilísticos e utilizaram um procedimento de máxima verossimilhança para resolver os componentes da mistura. O modelo proposto e suas extensões estão na Seção 2.1.

Em Detchmendy e Pace (1972) e Pace e Detchmendy (1973), é proposto um modelo linear para explicar as variações dos dados multiespectrais, supondo que esta variabilidade é causada principalmente por diferenças nas proporções de classes de pixel para pixel. Os autores propuseram a utilização do Método dos Mínimos Quadrados para resolver o problema de mistura. Uma revisão desta proposta está na Seção 2.2.

Na Seção 2.3 são apresentados um sumário e algumas considerações finais sobre os modelos apresentados. A seção 2.3.1 apresenta a interpretação geométrica do problema de estimação de proporções e a seção 2.3.2 discute a escolha e análise das assinaturas espectrais dos componentes primários para uma cena.



## 2.1 - MÉTODO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Horwitz et al. (1971) desenvolveram um modelo para relacionar a assinatura espectral da combinação de um número de classes em um elemento de resolução às assinaturas de cada classe. Para estimar o vetor de proporções de cada classe no elemento de cena, propuseram a utilização do procedimento de Máxima Verossimilhança (Apêndice A).

Supondo  $m$  canais espectrais, as assinaturas espectrais das classes  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , são dadas por distribuições gaussianas  $m$ -dimensionais, onde  $A_i$  é a média e  $M_i$  é a matriz de covariância da classe  $i$ .

Seja  $p = (p_1, \dots, p_n)^t$  o vetor de proporções onde  $p_i$  representa a proporção da classe  $i$  no elemento de resolução e  $A_p$  e  $M_p$  representam a assinatura espectral desta combinação de classes, a expressão para  $A_p$  é dada por:

$$A_p = \sum_{i=1}^n p_i A_i \quad (2.1)$$

Supondo que as variáveis aleatórias associadas a elementos de classes diferentes são estatisticamente independentes, os autores propõem uma expressão simplificada para a matriz de covariância da combinação das classes, dada por:

$$M_p = \sum_{i=1}^n p_i M_i \quad (2.2)$$

A seguir são descritos o método proposto pelos autores para estimar as proporções e algumas extensões deste método:

a) **MÉTODO PARA ESTIMAR AS PROPORÇÕES**

Seja  $y = (y_1, \dots, y_m)$  o vetor de observação multiespectral com distribuição gaussiana, para estimar  $p$  tomamos a função densidade conjunta, também denominada função de verossimilhança, dada por:

$$f(y) = L = \frac{|M_p|^{-1}}{(2\pi)^m} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (y - A_p)^T M_p^{-1} (y - A_p) \right\} \quad (2.3)$$

onde,

$|M_p|$  é o determinante da matriz de covariância  $M_p$ ;

$M_p^{-1}$  é a inversa da matriz de covariância  $M_p$ ; e

$y$  e  $A_p$  são vetores coluna.

Estimar por máxima verossimilhança significa escolher os parâmetros para os quais a Expressão (2.3) é maximizada. Como a função  $\ln_e L$  é uma função crescente de  $L$ , o resultado obtido é o mesmo se maximizarmos o logaritmo natural de  $L$ . Então,  $G = \ln_e L$ . Maximizar  $G$  é o mesmo que minimizar  $F = -G$ ; desprezando os termos constantes, a solução é dada pelo vetor  $p$  que minimize:

$$F = \ln |M_p| + \langle y - A_p, M_p^{-1} (y - A_p) \rangle \quad (2.4)$$

onde,

$\langle u, v \rangle$  é o produto interno dos vetores  $u$  e  $v$ , isto é, sendo,

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_n) \text{ e}$$

$$v = (v_1, v_2, \dots, v_n), \text{ então}$$

$$\langle u, v \rangle = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n$$

Como  $p$  é um vetor de proporções da área de um elemento de cena, está sujeito às restrições:

$$\sum p_i = 1 \quad \text{e} \quad (2.5)$$

$$p_i \geq 0 \quad (2.6)$$

onde,

$$i = 1, \dots, n \text{ (número de componentes)}.$$

Neste modelo, o número de classes ( $n$ ) deve ser menor ou igual ao número de canais espectrais ( $m$ ) mais uma unidade, isto é:

$$n \leq m + 1$$

Em geral, minimizar (2.4) sujeito às restrições impostas é um tanto difícil. Para resolver este problema, uma simplificação é proposta:

$$M_p = M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i \quad (2.7)$$

isto é,  $M$  é tomada como a média das matrizes de covariância das classes  $i$ . Testes realizados pelos autores mostram que esta aproximação é razoável. Desta forma,  $M$  torna-se constante, reduzindo a Expressão (2.4) a

$$\phi(p) = \langle y - A_p, M^{-1} (y - A_p) \rangle \quad (2.8)$$

tornando-se um problema de programação quadrática, sujeito às restrições lineares:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1; e \quad (2.9)$$

$$p_i \geq 0, \quad (2.10)$$

onde,

$i = 1, \dots, n$  (número de componentes).

#### b) **EXTENSÕES**

Nalepka et al. (1972, citado por Horwitz et al., 1974) investigaram o problema de detetar objetos "alheios", isto é, objetos não representados no conjunto de sinais. Estimar proporções de classes a partir de um sinal  $y$ , baseia-se na suposição de que o sinal vem de um pixel que contém mistura de materiais cujos sinais médios e matrizes de covariância são conhecidos. Se o pixel não contiver uma mistura destes materiais conhecidos, isto é, se possuir um material (ou mais de um) não representado no conjunto de sinais, poderá haver erro na estimação das proporções. Essencialmente, o procedimento utilizado é um teste qui-quadrado.

Com a finalidade de reduzir o tempo computacional, Horwitz et al. (1974) propuseram estimar a proporção média de uma cena. Supondo  $N$  elementos de resolução na cena, inicialmente, calcula-se a média dos vetores de observação,  $y_i$ , para os  $N$  pontos, isto é:

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.11)$$

Então, para este conjunto de  $N$  pontos, é estimado um vetor de proporção média  $p$ . Esta técnica reduz o tempo computacional proporcionalmente ao número de pontos  $N$ . No entanto, a precisão da estimação, ao contrário das expectativas teóricas, foi insatisfatória, de forma que as extensões posteriormente estudadas foram baseadas no procedimento básico de estimação de proporções dado por (2.8).

Duas extensões do modelo básico (2.8) foram propostas (Horwitz et al., 1975): o "LIMMIX" e o "NINE-POINT MIXTURE", com base na suposição que o número de classes que ocorre simultaneamente em um pixel é bastante limitado. Nestes modelos não há restrição quanto ao número de classes na cena, mas existe limitação quanto ao número de classes que ocorre simultaneamente no pixel, que deve ser:

$$L \leq m + 1, \quad \text{se } L = n \quad \text{e}$$

$$L \leq m, \quad \text{se } L \neq n,$$

onde,

$L$  = número de objetos que podem ocorrer simultaneamente no pixel;

$m$  = número de canais; e

$n$  = número de classes na cena.

O programa "LIMMIX" produz a melhor combinação das classes a partir do sinal detetado através do valor de verossimilhança da mistura. Primeiro, efetua-se uma estimativa parcial, isto é, designa-se a estimativa das proporções, supondo-se que um determinado número  $n$  de classes se misturam no pixel ( $n = 1, \dots, L$ , onde  $L = m + 1$ ). A estimativa parcial é, dentre as combinações possíveis para  $n$  classes, aquela que tiver a maior verossimilhança. Posteriormente, a estimativa do número de classes misturadas é efetuada através da distribuição qui-quadrado, que possibilita também a identificação de pixels que contenham objetos alheios, isto é, não representados no conjunto de sinais.

O "NINE-POINT-MIXTURE" é uma combinação do esquema do método "LIMMIX" com uma regra de votação que utiliza as características espaciais do ponto, isto é, na classificação de um pixel leva-se em consideração os oito pixels que fazem fronteira com ele. Dado um parâmetro  $N$ , se  $N$  ou mais dos nove pixels forem classificados como um material, então o pixel central é classificado como este material, isto é, como pixel puro. Caso contrário, é efetuada neste pixel a estimação de proporções pelo método "LIMMIX". Este método introduz rapidez, pois a maior parte dos pixels contém um único material, e esta regra descobre a maior parte deles. Para estes pixels, o procedimento termina depois da votação. Para os pixels nos quais se constata a existência de mistura, a regra de votação fornece informação contextual que pode ser utilizada para determinar quais materiais estão presentes na mistura. A eficiência tanto do "LIMMIX" quanto do "NINE-POINT-MIXTURE" depende dos valores dados aos parâmetros, principalmente o "NINE-POINT-MIXTURE" no qual o número de parâmetros é muito grande.

Marsh et al. (1980, citado por Correia, 1983) desenvolveram uma técnica semelhante à Máxima Verossimilhança que, aplicada a uma mistura de duas classes, mostra-se superior às técnicas já existentes.

Krishnah e Natarajan (1978, citado por Correia, 1983) propõem um estimador simplificado, no qual densidades de probabilidade condicionais de diferentes classes são usadas para estimar proporções. No caso particular de duas classes o método mostrou-se satisfatório.

## 2.2 - MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Detchmendy e Pace (1972) elaboraram um modelo que explicasse as variações observadas na resposta espectral dos alvos, considerando que estas variações não ocorrem apenas devido a uma alta variabilidade da assinatura espectral de cada classe, mas, principalmente, devido às características estruturais dos alvos. Este modelo depende de algumas suposições comuns em imagens orbitais de Sensoriamento Remoto:

- 1) O elemento de resolução consiste de uma superfície plana;
- 2) Não há fontes de iluminação na superfície;
- 3) A superfície é iluminada igualmente;
- 4) O espectro e a intensidade da iluminação são conhecidos;
- 5) A reflectância de cada tipo de superfície é conhecida; e

6) Não há fluorescência.

Sendo,

$S_j$  = intensidade da iluminação refletida no  $j^{\text{ésimo}}$  canal;

$L_j$  = intensidade da iluminação incidente no  $j^{\text{ésimo}}$  canal;

$R_{ji}$  = reflectância do  $i^{\text{ésimo}}$  tipo de superfície no  $j^{\text{ésimo}}$  canal; e

$A_i$  = proporção de área coberta pela superfície  $i$  na área total do elemento de cena.

Para o  $i^{\text{ésimo}}$  componente de um elemento de cena, a iluminação refletida no  $j^{\text{ésimo}}$  canal é  $L_j R_{ji} A_i$ . A intensidade total observada no pixel é:

$$S_j = \sum_i L_j R_{ji} A_i = L_j \sum_i R_{ji} A_i, \quad (2.12)$$

onde,

$i = 1, \dots, n$  (número de componentes); e

$j = 1, \dots, m$  (número de canais)

Rearranjando a Expressão (2.12) temos:

$$\frac{S_j}{L_j} = \sum_i R_{ji} A_i \quad (2.13)$$



Se  $D = |S_j/L_j|$ ,  $R = |R_{ji}|$  e  $A = |A_i|$ , então podemos reescrever (2.13):

$$D = RA \quad (2.14)$$

onde,

$D$  = vetor de dados observados; e

$A$  = vetor de estado para um elemento de resolução.

As restrições aos  $A_i$  são  $\sum A_i \leq 1$  e  $A_i \geq 0$ , pois são proporções de área de um elemento de resolução.

Os autores propuseram o desenvolvimento de um procedimento para estimar o vetor de proporções baseado nos métodos dos Mínimos Quadrados sujeito a restrições sobre os  $A_i$ , no caso do número de componentes na mistura ser menor ou igual ao número de canais. No caso do número de componentes ser maior do que o número de canais, não existe solução única. Neste caso, os autores sugerem acrescentar conhecimento a priori sobre as proporções para obter a solução.

Em Pace e Detchmendy (1973) o modelo proposto por Detchmendy e Pace (1972) foi reformulado: o vetor de observação espectral é visto como uma combinação linear de vários vetores base (normalmente a assinatura espectral dos componentes da mistura) mais ruído.

$$d_j = \sum_{i=1}^n S_{ji} a_i + \epsilon_j, \quad (2.15)$$

onde,

$i = 1, \dots, n$  (número de componentes)

$j = 1, \dots, m$  (número de canais)

$d_j = j^{\text{ésimo}}$  componente do vetor D de dados observados;

$a_i =$  fração da área coberta pelo  $i^{\text{ésimo}}$  componente da mistura;

$s_{ji} = j^{\text{ésimo}}$  elemento do vetor base S; isto é, a assinatura espectral do  $i^{\text{ésimo}}$  componente da mistura no  $j^{\text{ésimo}}$  canal (supõe-se que os vetores coluna da matriz S são linearmente independentes); e

$\epsilon_j =$  ruído correspondente ao  $j^{\text{ésimo}}$  canal.

O vetor de proporções  $A = (a_1, \dots, a_n)$  está sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1 \quad e \quad (2.16)$$

$$a_i \geq 0 \quad (2.17)$$

A principal suposição neste modelo é que a maior variabilidade nos dados observados é atribuída às variações nas proporções  $a_i$ . Foram desenvolvidas técnicas, baseadas no modelo proposto e em suas implicações estatísticas, com o objetivo de determinar se esta hipótese é aceitável. Uma destas técnicas permite avaliar o número de componentes constituintes da mistura (Detchmendy e Pace, 1972), baseado no número de autovalores significativos da matriz de covariância dos dados.

O algoritmo para estimar o vetor de proporções  $|a_i|$  é baseado no Método dos Mínimos Quadrados com restrições lineares, no qual é procurada a melhor estimativa dos  $a_i$  que minimize a soma dos quadrados dos resíduos  $(d_j - \sum_i S_{ji} a_i)$  (Apêndice B).

Considerando  $W$  uma matriz de ponderação  $m \times m$  relativa aos erros de observação, a solução consiste em encontrar o vetor  $A = |a_i|$  que minimize a forma quadrática:

$$\phi(A) = (D - SA)^T W(D - SA) \quad (2.18)$$

Se as restrições forem negligenciadas, as áreas podem ser estimadas pela equação dos mínimos quadrados ponderado.

$$A = (S^T WS)^{-1} S^T WD \quad (2.19)$$

Em alguns casos, a solução obtida pelo método dos Mínimos Quadrados não irá satisfazer as restrições às quais o modelo está sujeito (seção 2.3.2). Nestes casos os autores sugerem que as restrições sejam aplicadas considerando a quantidade de violação das restrições como mais uma observação e utilizando a equação do filtro de Kalman para incorporar esta observação. O filtro de Kalman é um algoritmo de estimação bayesiana recursiva ótima. Um filtro de Kalman é capaz de incorporar todas as informações que puderem ser fornecidas, isto é, os dados observados disponíveis, mais informações a priori sobre o sistema e sobre os dispositivos que realizam as medições, para produzir uma estimativa das variáveis desejadas de tal maneira que o erro é minimizado estatisticamente. Uma descrição detalhada sobre este assunto pode ser encontrada em Maybeck (1979).

Hallum (1972) estendeu o modelo (Equação 2.14) proposto por Detchmendy e Pace (1972), e obteve solução única ótima para os casos onde o número de componentes é maior do que o número de canais; e também para os casos nos quais o posto de  $S$  é menor do que  $n$ , utilizando a pseudo inversa de Moore-Penrose (Apêndice D). O procedimento permite a incorporação de informações a priori sobre as proporções na forma de restrições de igualdade ou desigualdade.

Um método, matematicamente equivalente ao proposto por Detchmendy e Pace (1972) é proposto em Adams et al. (1990) e Adams (1990). A Análise dos Componentes Principais é utilizada, antes da resolução do sistema, com a finalidade de reduzir a dimensão do conjunto de dados. Uma restrição linear é adicionada para que a soma das proporções estimadas seja um:

$$\sum_i p_i = 1 \quad (2.20)$$

onde,

$$i = 1, \dots, n \quad (\text{número de componentes})$$

No entanto, não é incorporada ao modelo a restrição de que as proporções devem ser positivas ( $p_i > 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ ). Logo, podem ser obtidos valores de proporção sem significado físico. Estas ocorrências são utilizadas como indicadores de que os elementos escolhidos como componentes primários não representam de forma apropriada o conjunto de dados da cena. A seção 2.3.2 discute com maior detalhe a escolha dos componentes puros e as maneiras de analisar esta escolha.

## 2.3 - CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROBLEMA DE ESTIMAÇÃO DE CLASSES EM UM PIXEL

### 2.3.1 - COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS

Os modelos matemáticos examinados relacionam a assinatura espectral de uma mistura à assinatura de cada componente e, através de algum método de estimação, é obtida a estimativa do vetor de proporções  $p = (p_1, \dots, p_n)$ , onde  $n$  é o número de componentes da mistura.

O vetor  $p$  está sujeito às seguintes restrições:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad e \quad (2.21)$$

$$p_i \geq 0 \quad (2.22)$$

onde,

$$i = 1, \dots, n \text{ (número de componentes)}$$

Os métodos de estimação empregados podem ser divididos em dois grandes grupos: os métodos que utilizam o conceito dos Mínimos Quadrados e os métodos baseados na estimativa de parâmetros pelo procedimento de Máxima Verossimilhança (MAXVER).

Conforme apresentado no Apêndice B, no modelo linear padrão:

$$\hat{b} = Ax + \hat{\varepsilon} \quad , \quad (2.23)$$

supondo que o vetor  $\hat{\epsilon}$  tenha distribuição normal, a estimativa de parâmetros pelo procedimento MAXVER fica idêntica à estimação pelo Método dos Mínimos Quadrados.

No modelo proposto por Horwitz et al. (1971) (seção 2.1) e Detchmendy e Pace (1972) (seção 2.2), as assinaturas espectrais dos componentes da mistura não são as mesmas. Detchmendy e Pace (1972) consideram que as variações observadas na resposta espectral dos alvos ocorrem, principalmente devido a características estruturais, que podem ser interpretadas em função das diferenças nas proporções dos componentes de pixel para pixel, e não apenas devido à alta variabilidade da assinatura espectral de cada classe. Desta forma, neste modelo, a assinatura espectral dos componentes da mistura, são vetores, denominados vetores base, constantes.

Mas, no caso dos vetores média requeridos pelo procedimento MAXVER, proposto por Horwitz et al. (1971), serem iguais aos vetores base do método dos Mínimos Quadrados, proposto por Detchmendy e Pace (1973), e a inversa da matriz de covariância do primeiro ser igual à matriz de ponderação do segundo, os dois métodos ficam idênticos.

As seções seguintes discorrem sobre tópicos importantes para o estudo de problemas que envolvam mistura. A seção 2.3.1 apresenta a interpretação geométrica do problema de estimação de proporções. A seção 2.3.2 discute sobre um ponto básico para utilização dos modelos propostos: a escolha e análise das assinaturas espectrais dos componentes primários para uma cena.

### 2.3.2 - INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA

O problema de estimação de proporções pode ser interpretado geometricamente como o de minimizar a distância entre o vetor observado e o "simplex" de sinais (Correia, 1983).

Entende-se por "simplex" de sinais a figura geométrica formada quando são ligados os pontos determinados pelos vetores média,  $u_i$ ,  $i = 1 \dots$ , (ou vetores base, dependendo da abordagem adotada (seção 2.3)) dos componentes envolvidos no pixel.

A figura 2.1 ilustra o significado do problema de estimação no caso particular em que o pixel é representado por uma mistura de três componentes. Verifica-se que as extremidades  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  dos vetores  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ , respectivamente, determinam o triângulo que define o plano  $\pi$ . Se o ponto extremo,  $M$ , do vetor observado,  $y$ , estiver acima ou abaixo do plano  $\pi$ , a restrição  $p_1 + p_2 + p_3 = 1$  não será satisfeita. Por outro lado, se o ponto  $M$  estiver no plano, mas não se localizar no interior ou fronteira do triângulo, as restrições  $p_i \geq 0$  ( $1 \leq i \leq 3$ ) serão violadas.

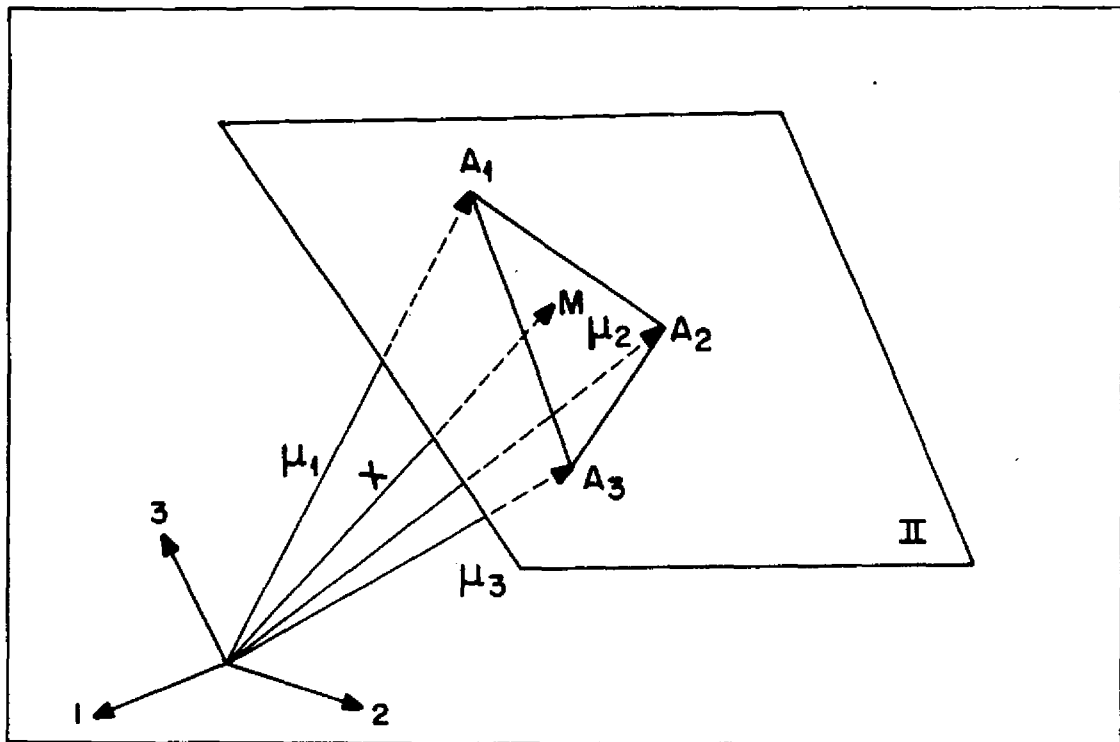


Fig. 2.1 - Interpretação geométrica do problema de estimação de proporções para três componentes ( $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ ) e três canais.

FONTE: Correia (1983), p. 18.

Portanto, o problema de estimação de proporções resume-se a minimizar a distância de um vetor observado ao "simplex" de sinais, sujeito às restrições  $\sum p_i = 1$  e  $p_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, n$  (número de componentes). No caso em que o ponto  $M$  está no plano  $\pi$  e localizado dentro (ou na fronteira) do triângulo, esta distância é zero, logo o erro de estimação é zero e o ponto  $M$  é realmente composto pela mistura dos componentes.



### 2.3.3 - ANÁLISE E OBTENÇÃO DAS ASSINATURAS ESPECTRAIS DOS COMPONENTES DA MISTURA

A assinatura espectral dos elementos utilizados como componentes primários é crítica para o bom desempenho dos modelos de mistura.

No modelo proposto por Horwitz et al. (1971), as assinaturas espectrais dos componentes podem ser obtidas como nos métodos convencionais de classificação supervisionada, isto é, dado um certo número de amostras de treinamento pertencentes a uma classe, são computados o vetor média e a matriz de covariância para esta classe. Uma maneira alternativa, utilizada por Horwitz et al. (1974), consiste em empregar técnicas de agregamento de dados, que evitam os problemas causados pela obtenção de assinaturas multimodais e pela dificuldade de localizar amostras em número suficiente para o cálculo das estatísticas.

A qualidade esperada das estimativas de proporção pode ser determinada examinando o conjunto de assinaturas puras. Sabe-se que as amostras retiradas de uma população normal agrupam-se em uma nuvem de pontos cujo centro é o vetor média e cuja forma é determinada pela matriz de covariância. A figura 2.2 ilustra o "simplex" de sinais para três componentes e dois canais.

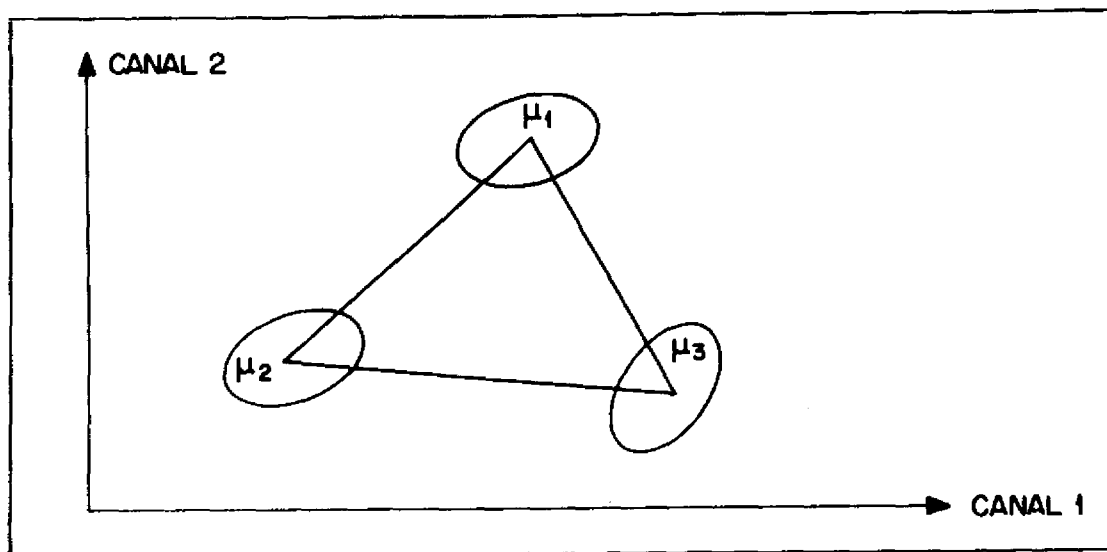


Fig. 2.2 - "Simplex" de sinais para três componentes e dois canais.

FONTE: Correia (1983), p. 19.

A condição necessária para uma boa estimativa é que nenhuma assinatura seja próxima, em sentido probabilístico, a qualquer assinatura de uma mistura de outros materiais (Horwitz et al., 1975), pois pontos pertencentes ao hiperelipsóide centrado em  $\mu_i$  podem ser confundidos com pontos representativos da amostra de outras classes; neste caso, diz-se que o "simplex" é mal-condicionado. A figura 2.3 ilustra um caso no qual o simplex é bem-condicionado e um no qual é mal-condicionado.

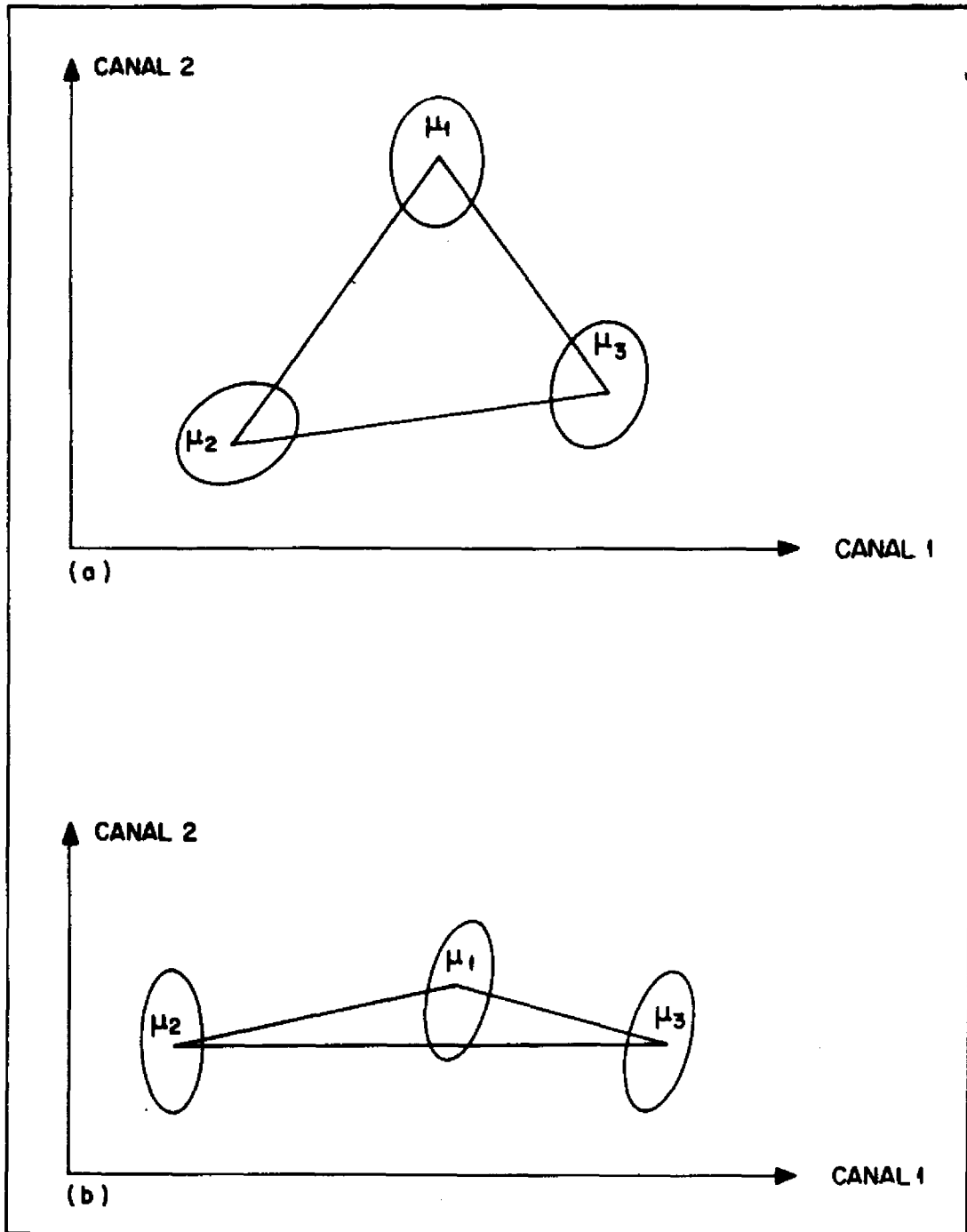


Fig. 2.3 - "Simplex" de sinais: a) bem-condicionado; b) mal-condicionado.

FONTE: Correia (1983), p. 22.

Correia (1983) efetuou estudos sobre as informações que podem ser obtidas sobre a estimativa de proporções a partir da geometria dos sinais, conforme proposto por Horwitz et al. (1975). É analisada também a utilização do número de condição do sistema como forma de prever como serão as estimativas. Através do número de condição verifica-se o quanto o sistema de equações normais é bem ou mal condicionado (Apêndice C).

No modelo proposto por Detchmendy e Pace (1972) a assinatura espectral dos componentes que compõem a mistura consiste nos denominados vetores base. Segundo os autores, idealmente, a melhor forma de encontrar as assinaturas é observar cada componente separadamente através, por exemplo, da localização de pixels puros na imagem, informações encontradas na literatura e dados de laboratório. Porém, este método apresenta como desvantagem o fato de que deve ser conhecida a identidade dos componentes e, principalmente, que pode não ser possível encontrar os componentes em uma forma na qual possa ser obtida sua assinatura.

A alternativa é procurar encontrar vetores base que envolvam os dados no espaço multiespectral. No caso da Figura 2.4 os vetores base formam um triângulo no qual estão distribuídos os dados; em uma situação ideal de mistura, não existe ruído na observação e todos os pontos são compostos pela mistura, em diferentes proporções, dos três componentes. Neste caso, a espessura da área ocupada pelos dados na direção normal ao plano definido pelos vetores base seria zero.

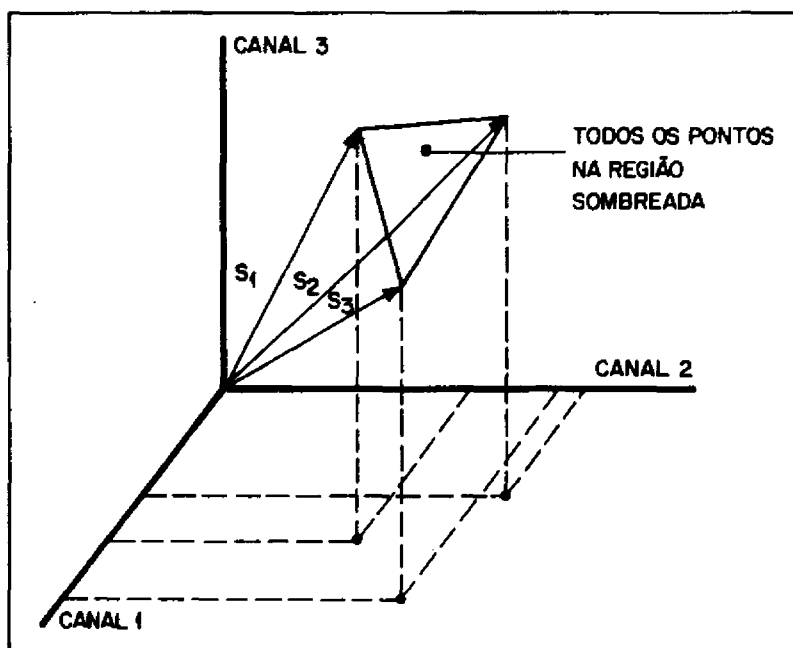


Fig. 2.4 - Região ocupada pelas observações no caso ideal de mistura, para três componentes ( $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ ) e três canais.

FONTE: Pace e Detchmendy (1973), p.835.

Em dados reais, no entanto, os pontos não estão todos na região formada pelos vetores base. Uma solução é projetar os pontos em um subespaço definido pelo vetor média global dos dados e por alguns dos autovetores da matriz de covariância dos dados, que indicam as direções de maior variação. Uma vez projetados os pontos, o problema reduz-se a encontrar a menor figura que envolva os dados para um determinado número de componentes, que pode ser inferido pelo número de autovalores significativos. Por exemplo, no caso dos dados representarem a mistura de três componentes, a matriz de covariância global teria dois autovalores significativos e os dados seriam projetados no plano formado pelos autovetores correspondentes a esses autovalores.

Adams (1990) sugere, em casos nos quais não é possível localizar pixels puros na imagem, a utilização de um banco de dados de curvas espectrais de reflectância de componentes primários. O procedimento proposto consiste em, inicialmente, identificar uma figura que englobe os dados da cena (em números digitais). Então, procura-se ajustar, através de técnicas de otimização, os vetores que são os vértices da figura às curvas de reflectância conhecidas no banco de dados, levando-se em consideração os parâmetros de calibração do sensor e o fator de correção atmosférica que devem ser os mesmos para todos os componentes.

As técnicas para escolha das assinaturas espectrais dos componentes primários acima descritas podem ser auxiliadas por processos interativos para ajustar as assinaturas, caso sejam encontradas incoerências nas estimativas.

Uma forma de averiguar a boa representação dos dados pelos componentes escolhidos são as denominadas Imagens de Erro (Adams, 1990). Através destas imagens é possível descobrir os pontos da imagem nos quais o erro de estimação foi alto. Adams (1990) afirma que níveis de cinza nas Imagens de Erro acima de 5 (o módulo do termo de erro multiplicado por 255, conforme descrito a seguir e na seção 4.4) são considerados erros. O autor não esclarece o modo pelo qual foi obtido este limite, isto é, se este é um valor empírico ou não. Nestes pontos, considera-se a existência de objetos "alheios", isto é, não representados pelo "simplex" de sinais. Estas imagens são obtidas descrita a seguir.

Tomando a equação (2.15) do modelo linear de mistura proposto por Pace e Detchmendy (1973):

$$d_j = \sum_{i=1}^n S_{ij} a_i + \epsilon_j \quad (2.24)$$

onde,

$i = 1, \dots, n$  (número de componentes); e

$j = 1, \dots, m$  (número de canais)

Para cada canal  $j$ ,  $j = 1, \dots, m$ , o termo  $\epsilon_j$  pode ser calculado rearranjando a expressão (2.10):

$$\epsilon_j = d_j - \sum_{i=1}^n S_{ij} a_i \quad (2.25)$$

Uma vez estimadas as proporções  $a_i$  por  $\hat{a}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , recalcula-se o valor observado,  $d_j'$ , através de:

$$d_j' = \sum_{i=1}^n S_{ij} \hat{a}_i \quad (2.26)$$

O fator de erro, para cada pixel, em cada canal, é obtido pelo módulo da diferença entre o valor observado,  $d_j$ , e o valor observado recalculado,  $d_j'$ :

$$\epsilon_j = |d_j - d_j'| \quad (2.27)$$

Desta forma, pode ser analisada a participação espectral dos componentes no conjunto de dados da cena.

Uma outra forma, mais simples, de analisar a representatividade dos dados pela mistura dos componentes

escolhidos é verificar a porcentagem de vezes, durante a estimação das proporções, nas quais as restrições (2.21) e (2.22) são violadas.

#### 2.4 - APLICAÇÕES

Nesta seção, são apresentados alguns trabalhos encontrados na literatura sobre a influência da aplicação dos modelos de mistura no processo de classificação de imagens multiespectrais.

As primeiras iniciativas na direção de estudar o problema de mistura (Horwitz et al., 1971) tinham por objetivo melhorar as estimativas de área obtidas pelos processos convencionais de classificação multiespectral. Nos métodos convencionais, a área total de cada classe é medida pela soma da área de todos os elementos de cena cujos pixels correspondentes na imagem tenham sido identificados com aquele material. Se cada pixel contiver apenas um dos possíveis materiais, a técnica provê uma estimativa adequada da área coberta por aquele material. No entanto, se o pixel contiver mais de um material em quantidades significativas não poderá ser corretamente classificado.

Pace e Detchmendy (1973) afirmam que os erros causados pelo problema de mistura na Classificação por Máxima Verossimilhança são da ordem de 25%. Horwitz et al. (1974) realizaram estudos em campos de milho e concluíram que a porcentagem de pixels contendo mais de um material pode chegar a 30%, devido às fronteiras entre classes (ambos os estudos baseiam-se em dados do sensor MSS, cuja resolução espacial é de 80 m). A seguir, são citados alguns trabalhos desenvolvidos neste sentido, isto é, procurando melhorar as estimativas de área baseados no modelo de mistura proposto por Horwitz et al. (1971).



Horwitz et al. (1975) enfrentaram o problema da seguinte maneira: primeiro, determinaram quais pixels estavam nas fronteiras entre classes, e depois, estimaram as proporções dos materiais dentro destes pixels. Os testes foram realizados em dados MSS simulados e em pequenas áreas com dados MSS para as quais eram disponíveis verdade terrestre. Os dados MSS continham lagos e represas e o objetivo era medir a área coberta pela superfície da água; outras cenas eram de campos agrícolas. Foram analisados os algoritmos "LIMMIX" e "NINE-POINT-MIXTURE" que se mostraram superiores aos métodos de classificação convencional e ao estimador básico proposto por Horwitz et al. (1971) como estimador de área.

Ardeo (1983) realizou testes dos algoritmos "LIMMIX" e "NINE-POINT-MIXTURE" em uma imagem Landsat MSS correspondente à região canavieira de Guariba, Estado de São Paulo, da qual se conhecia a verdade terrestre. Novamente, os resultados obtidos foram bastante superiores aos obtidos pela classificação convencional, principalmente os obtidos pelo "NINE-POINT-MIXTURE". Ardeo enfatiza que o tempo computacional necessário para a execução dos programas é alto, aconselhando restringir a utilização destes programas às ocasiões em que se necessite estimativas bastante precisas das áreas das classes envolvidas em uma dada região.

Outra forma encontrada na literatura de utilização de modelos de mistura são aplicações que envolvem imagens derivadas das proporções dos componentes primários que formam a cena. A seguir são apresentados trabalhos nesta linha.

Segundo Shimabukuro (1987), a sombra é frequentemente um componente importante na resposta espectral dos alvos que contêm mistura, principalmente em cenas não

uniformes como florestas, representando um caso especial do problema de mistura. O objetivo do seu trabalho foi desenvolver um modelo para gerar imagens de sombra, isto é, imagens derivadas da proporção do componente sombra nos pixels de uma cena, para áreas florestais através de medidas multiespectrais.

Foi adotado um modelo linear de mistura e foram discutidos três métodos para solucionar o problema de estimar as proporções: Programação Quadrática, Mínimos Quadrados com Restrições e Mínimos Quadrados Ponderado. Os dois últimos foram empregados para gerar imagens de sombra de florestas de eucalyptus, pinus e áreas de cerrado, utilizando dados Landsat TM e MSS. A hipótese testada é que imagens de sombra aplicadas a áreas florestais têm relação com variações observadas na estrutura da floresta. Os resultados obtidos mostram que imagens de sombra podem explicar diferenças nas idades de florestas de eucalyptus, diferenças nas espécies de pinus e diferenças na cobertura (mais densa ou menos densa) do cerrado. Shimabukuro sugere a utilização de imagem de sombra como canal adicional (características de textura) no processo de classificação automática.

Adams et al. (1990) propuseram um novo método para classificar o uso do solo na Amazônia, chamada análise de mistura espectral. Métodos convencionais de realce e classificação espectral discriminam áreas com vegetação e áreas sem vegetação quando aplicadas a imagens multiespectrais da Amazônia, porém não são indicadores confiáveis do tipo e estatura da vegetação, pois nestes casos é importante a escala sub-pixel.

Superfícies naturais observadas por satélite, comumente, são espectralmente variáveis na escala sub-pixel e as classes convencionais podem diferir somente nas pro-

porções dos componentes que compõem a cena. Foram analisadas, neste trabalho, imagens Landsat TM adquiridas em agosto de 1988 e agosto de 1989, na região de Manaus, e definidos quatro componentes: vegetação, solo, madeira e sombra. A combinação destes componentes, em várias proporções, descrevem os principais tipos de uso do solo na região, chamados classes estáticas: floresta natural, área desmatada suja (com galhos, etc.), área desmatada limpa, pastagem e áreas de regeneração natural.

Os componentes não variam de uma passagem do satélite para outra, apesar das diferenças das condições atmosféricas, resposta dos instrumentos e iluminação, pois os componentes são definidos em termos de curvas espectrais de reflectância medidas em laboratório ou campo.

Foram geradas imagens derivadas das proporções dos quatro componentes para as duas passagens. As proporções relativas dos componentes variam em muitas partes da cena, permitindo entender as modificações ocorridas no uso do solo de uma data para outra, pois as classes estáticas são inerentemente flexíveis, transformando-se gradualmente umas nas outras através da mudança nas proporções dos componentes. Desta forma, foram definidas outras nove classes, chamadas classes dinâmicas, levando-se em consideração as gradações de uma classe para outra e variações na mesma classe.

As imagens de proporção são comparadas a imagens de Índice de Vegetação Normalizado (NDVI). O NDVI não se mostra apropriado para medir a cobertura de vegetação nesta área, pois não considera todas as bandas espectrais. No caso, considera apenas as bandas 3 e 4 do sensor TM, bastante sensíveis a clorofila, mas não aos outros componentes (madeira, solo e sombra). A banda de proporção de vegetação também não mede corretamente a quantidade de ve-

getação, porém as bandas de proporção podem ser normalizadas com respeito à fração de sombra, provendo então uma estimativa de cobertura de vegetação similar à cobertura de vegetação no campo.

Por exemplo, o NDVI indica que a floresta tem menos vegetação do que áreas cobertas por Cecropia. Na verdade, ambas têm 100% de vegetação, mas a floresta apresenta mais sombra. Os componentes espectrais aplicados nesta área representam os principais tipos de materiais (e sombra) encontrados em áreas de florestas tropicais e podem ser usados (iguais ou similares) em imagens de outras áreas da Amazônia.



CAPÍTULO 3CLASSIFICAÇÃO AUTOMÁTICA DE IMAGENS MULTIESPECTRAIS

O modelo de mistura proposto por Detchmendy e Pace (1972) é baseado na suposição de que a variabilidade encontrada nas assinaturas espectrais das classes em imagens de Sensoriamento Remoto deve-se, principalmente, a variações nas proporções dos componentes na escala sub-pixel.

Shimabukuro (1987) utilizou imagens derivadas das proporções de sombra nos pixels, em áreas florestais, como indicador de variações na estrutura da floresta, e sugere a utilização de uma imagem de sombra como canal adicional de textura no processo de classificação automática.

Segundo Adams et al. (1990), os métodos convencionais de realce de imagens e classificação multiespectral discriminam bem áreas com vegetação e sem vegetação, mas não são bons indicadores do tipo e estatura da vegetação, pois não levam em consideração a escala sub-pixel.

A nova proposta é que as bandas originais das imagens de Sensoriamento Remoto sejam transformadas em bandas sintéticas linearmente relacionadas à proporção de cada componente, de modo que, nos novos eixos, as classes sejam definidas em termos das diferenças entre as proporções dos componentes.

Esta dissertação se propõe a analisar o efeito obtido no processo de classificação automática quando utilizadas estas bandas sintéticas para áreas de reflorestamento, através da análise do classificador de Máxima Verossimilhança, sob hipótese gaussiana.

O objetivo deste capítulo é apresentar os principais aspectos relativos à classificação automática e conceituar, com algum detalhe, o algoritmo de Máxima Verossimilhança analisado e os principais métodos de redução de atributos encontrados na literatura.

### 3.1 - CLASSIFICAÇÃO POR MÉTODOS ESTATÍSTICOS DE RECONHECIMENTO DE PADRÕES

Um dos objetivos da análise de dados de Sensoriamento Remoto é classificar cada pixel da imagem como uma entre um número de categorias de cobertura do terreno. Métodos de reconhecimento de padrões têm sido empregados na classificação de imagens multiespectrais. A essência desta metodologia consiste de (Swain e Davis, 1978):

1. As classes de interesse são caracterizadas através dos dados que são representativos das classes;
2. O restante da imagem é classificada por meio de regras estatísticas que utilizam a caracterização das classes.

Imagens de satélites de Sensoriamento Remoto são colhidas em geral sobre várias bandas do espectro (por exemplo, no sensor TM do satélite LANDSAT são 3 bandas no visível, uma no infravermelho próximo, duas no infravermelho médio e uma no infravermelho termal), fornecendo assim um atributo natural para a classificação de um ponto no solo através do vetor de medidas nestas bandas. Outras possíveis medidas consistiriam em medidas de textura, ou tamanho e forma dos objetos nesta imagem. Os dados obtidos são representados por meio de um vetor de medidas num espaço com uma determinada dimensão, denominado espaço de atributos (Mascarenhas e Velasco, 1984).

A Figura 3.1 ilustra dados LANDSAT MSS plotados no espaço bidimensional formado pelas bandas 5 (vermelho) e 7 (infravermelho próximo). As bandas espectrais foram projetadas para gerar uma boa discriminação entre os diferentes tipos de cobertura do terreno (classes). Portanto, é esperado que os pixels formem grupos (nuvens) no espaço de atributos correspondendo às várias classes. A forma destes agrupamentos depende de vários fatores, como as variedades de tipos de cobertura do terreno, ruídos provenientes do equipamento e efeitos topográficos (Richards, 1986).

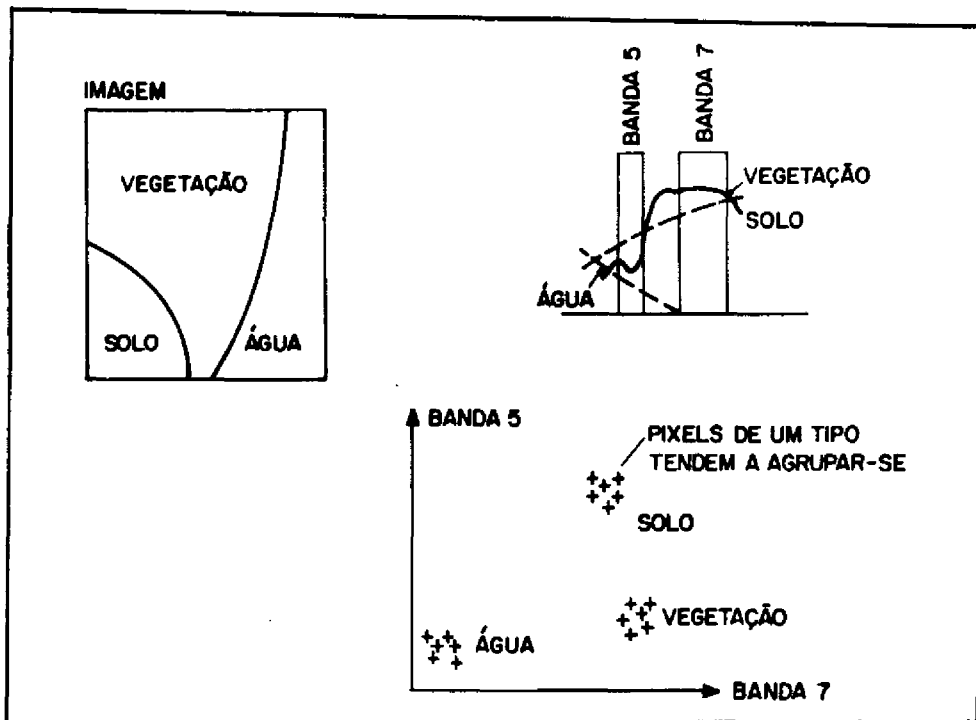


Fig. 3.1 - Espaço multiespectral bidimensional (bandas 5 e 7 MSS) mostrando sua relação com as características de reflectância espectral dos tipos de cobertura do terreno.

FONTE: Richards (1986), p. 77.



Na prática, é comum encontrar classes formadas por vários sub-grupos, isto é, classe multimodais, resultado de variações na quantidade de umidade, tipo de solo sob a vegetação e influências topográficas. Em alguns casos ainda, as classes não formam grupos distintos. Isto acontece, por exemplo, em pixels que contêm mistura, digamos de vegetação, solo e sombra: o sensor observa uma variação gradual na resposta espectral da mistura de acordo com a variação da cobertura de vegetação.

O processo de classificação consiste no particionamento deste espaço de atributos de maneira que, idealmente, os pontos pertencentes a uma determinada classe caiam sempre na partição correspondente. Em Sensoriamento Remoto, métodos estatísticos de reconhecimento de padrões são particularmente apropriados, devido à incerteza inerente à caracterização das classes, e também devido a variações provenientes de perturbações estatísticas (ruído) nos sensores. A ferramenta básica empregada nestes métodos é a teoria de decisão estatística (descrita na Seção 3.2.1). Neste caso a partição é estabelecida minimizando a probabilidade de erro, ou um risco médio, dependendo de custos apropriadamente escolhidos (Mascarenhas e Velasco, 1984).

Os métodos analíticos mais utilizados em Sensoriamento Remoto são os procedimentos de classificação supervisionada, isto é, que utilizam amostras de treinamento para aprender as características espectrais das classes. Entre eles, o mais comumente aplicado é o método de classificação por Máxima Verossimilhança, sob a hipótese gaussiana, no qual cada classe é descrita por uma densidade de probabilidade multivariada normal. A idéia básica é atribuir a um vetor a classe de maior densidade de probabilidade computada neste ponto. A Figura 3.2 ilustra o espaço bidimensional (bandas 5 e 7 - LANDSAT MSS) com as classes

espectrais representadas por distribuições de probabilidade gaussianas. A Seção 3.2.2 descreve o procedimento Máxima Verossimilhança, e a Seção 3.2.3 apresenta as suas vantagens e os requisitos necessários para que sua aplicação seja eficiente.

Normalmente, é necessário efetuar um processo de redução de dimensionalidade (seleção de atributos) antes da fase de classificação, pois o custo da classificação cresce com o número de atributos usados para descrever os pixels no espaço multiespectral. Para o procedimento Máxima Verossimilhança o crescimento do custo é quadrático (Richards, 1986). As formas de redução da dimensão do espaço de atributos usualmente utilizadas em Sensoriamento Remoto são consideradas na Seção 3.3.

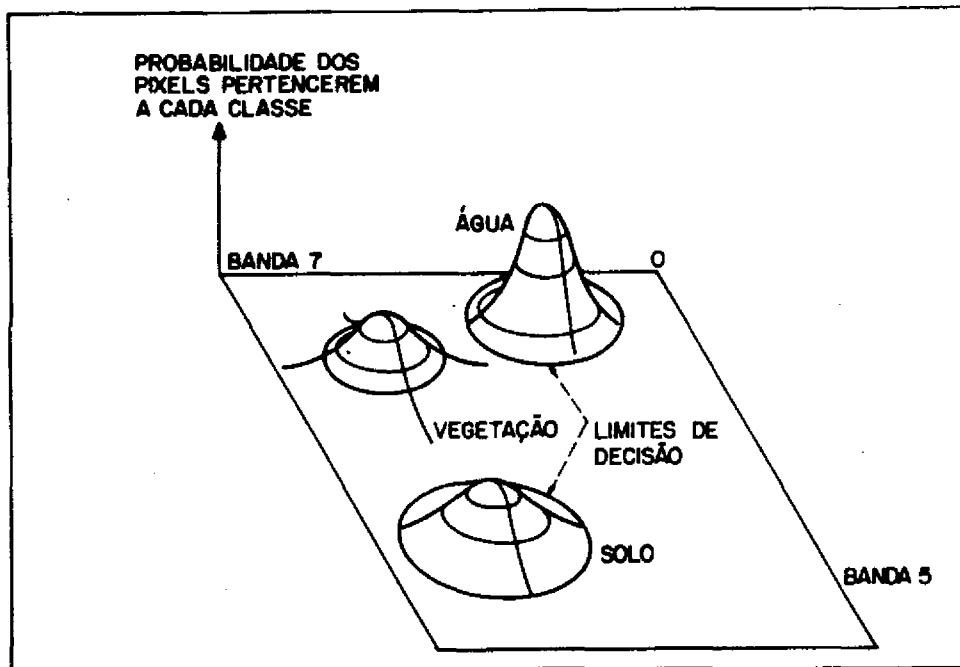


Fig. 3.2 - Espaço multiespectral bidimensional (bandas 5 e 7 MSS) com classes espectrais representadas por distribuições de probabilidade gaussianas.

FONTE: Richards (1986), p. 80.

Uma outra maneira de estabelecer as classes espectrais, i.e, dividir o espaço de atributos, é a chamada classificação não supervisionada, na qual o analista tem pouco controle sobre o estabelecimento das regiões de decisão, pois as amostras de treinamento utilizadas no projeto do classificador não são rotuladas.

Existem várias razões para o interesse em procedimentos não supervisionados. Primeiro a coleção e rotulação de um número grande de padrões de treinamento, que propicie uma classificação supervisionada precisa, podem ser altamente custosas e demoradas e, em alguns casos, impraticáveis. Além disso, nos estágios iniciais de uma investigação pode ser útil algum conhecimento sobre a estrutura dos dados, pois, normalmente, o analista tem pouca noção sobre as sub-classes existentes (classes espectrais unimodais) no espaço multiespectral.

Frequentemente, a classificação não supervisionada é efetuada utilizando métodos de agrupamento de dados ("clustering"). Nestes métodos até mesmo o número de classes não precisa, em geral, ser especificado a priori. As técnicas desenvolvidas se baseiam na minimização de algum critério derivado de uma medida de similaridade entre amostras. O problema básico de agregação consiste em particionar as nuvens de amostra no espaço  $m$ -dimensional segundo este critério (Mascarenhas e Velasco, 1984). Vários autores tratam do problema de classificação não supervisionada e agrupamento de dados, entre eles Duda e Hart (1973); Tou e Gonzalez (1974) e Richards (1986).

### 3.2 - CLASSIFICAÇÃO PELO MÉTODO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

A teoria estatística de decisão é a base para a classificação estatística de imagens. O critério estabelecido para a partição do espaço de atributos é a probabi-

lidade de erro ou um risco médio, dependendo dos custos apropriadamente escolhidos.

### 3.2.1 - TEORIA ESTATÍSTICA DE DECISÃO (Teoria Bayesiana de Decisão)

Os atributos  $x_j$ ,  $j = 1, \dots, M$ , são variáveis aleatórias, que constituem o vetor aleatório de observação  $x$ .

Supondo conhecidas:

$f(x|w_i)$ : função densidade de probabilidade associada à classe  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ ; e

$P(w_i)$ : probabilidade a priori de cada classe  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ .

A chamada formulação bayesiana envolve também custos:

$C(w_k|w_i)$ : custo de tomar decisão por uma classe  $w_k$  quando a verdadeira classe é  $w_i$ ,  $i, k = 1, \dots, N$ .

Deste modo, sendo observado o vetor  $x$ , o erro decorrente de tomar a decisão  $w_k$  é:

$$L_x(w_k) = \sum_{i=1}^n C(w_k|w_i) P(w_i|x) \quad (3.1)$$

Deve-se tomar a decisão  $w_k$  que minimize o erro médio sobre a distribuição de  $x$ , ou seja,

$$L(w_k) = \int_x L_x(w_k) f(x) dx \quad (3.2)$$

$L(w_k)$  é minimizado se, para cada valor de  $x$ ,  $L_x(w_k)$  seja minimizado.

Considerando os custos  $C(w_k|w_i)$  da forma:

$$C(w_k|w_i) = 0 \text{ se } i = k \quad (3.3)$$

$$C(w_k|w_i) = 1 \text{ se } i \neq k, \text{ onde } i, k = 1, \dots, N,$$

a Expressão (3.1) torna-se:

$$L_x(w_k) = 1 - P(w_k|x) \quad (3.4)$$

Logo, a minimização de  $L_x(w_k)$  é obtida se, para cada vetor  $x$  de atributos observado, decidir-se pela classe  $w_k$  que maximize a probabilidade a posteriori  $P(w_k|x)$ .

Utilizando a regra de Bayes, temos:

$$P(w_k|x) = \frac{f(x|w_k) P(w_k)}{f(x)} \quad (3.5)$$

Como o denominador é independente de  $k$ , pode-se atribuir o vetor  $x$  a classe que maximize a expressão  $f(x|w_k) P(w_k)$ .

Desta maneira, o processo de classificação pode ser encarado como o cálculo de funções discriminantes,

$$g_i(x) = f(x|w_i) P(w_i), \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.6)$$

para cada vetor de atributos  $x$  observado, de forma que o vetor  $x$  seja classificado como pertencente a classe  $w_k$  que forneça a máxima função discriminante. A Figura 3.3 ilustra tal esquema.

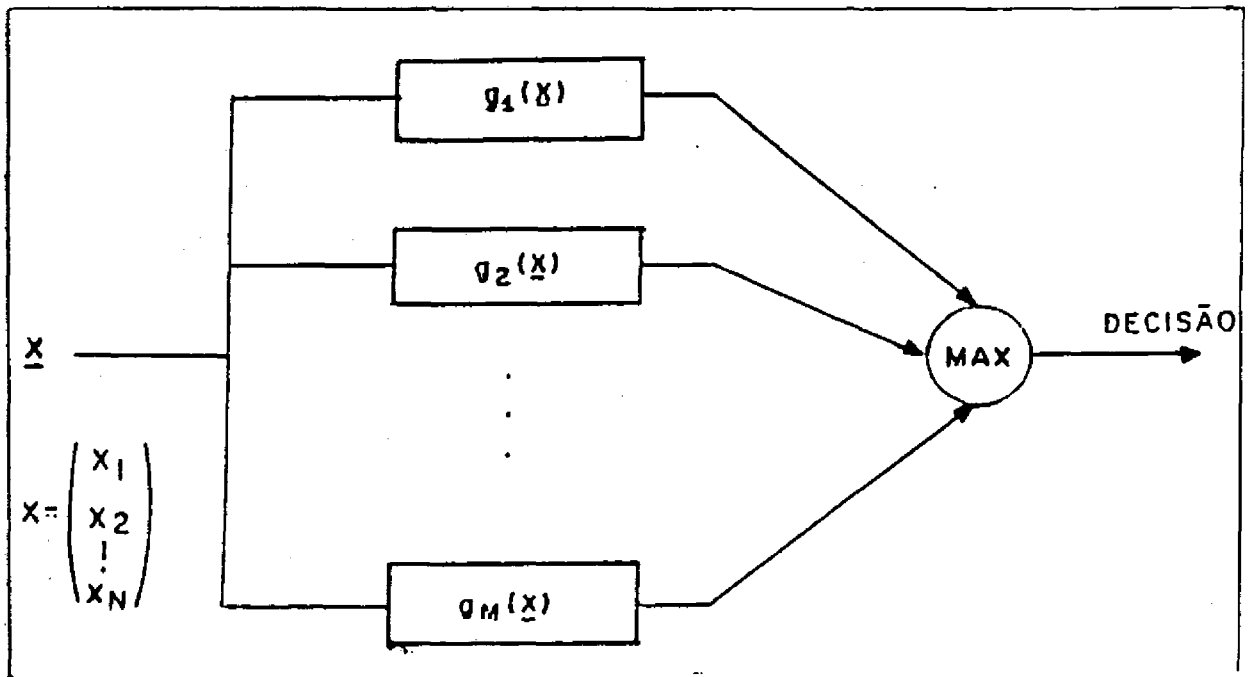


Fig. 3.3 - Decisão por funções discriminantes.

FONTE: Mascarenhas e Velasco (1984), p. 10.37.

É frequente a situação que se admitem as probabilidades a priori  $P(w_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , iguais a  $1/N$ . Neste caso, as funções discriminantes resumem-se às funções densidade de probabilidade condicionais  $f(x|w_i)$ . Nestas condições, o esquema de decisão é chamado decisão por Máxima Verossimilhança (Mascarenhas e Velasco, 1984).

### 3.2.2 - O MÉTODO DE CLASSIFICAÇÃO POR MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

A idéia básica que governa o método de classificação por Máxima Verossimilhança é atribuir a um vetor à classe de maior densidade de probabilidade computada naquele ponto.

Em Sensoriamento Remoto, densidades multivariadas gaussianas têm sido frequentemente utilizadas para caracterizar as classes. A forma geral dessa densidade é dada por:

$$f(x|w_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} |C_i|^{\frac{1}{2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x - u_i)^T C_i^{-1} (x - u_i) \right\} \quad (3.7)$$

onde,

$x$  : vetor ( $M \times 1$ ) de atributos;

$u_i$  : vetor ( $M \times 1$ ) de valores esperados;

$C_i$  : matriz ( $M \times M$ ) de covariância; e

$|C_i|$  : determinante desta matriz.

Tomando-se qualquer função monotonicamente não decrescente da função  $f(x|w_i)$ , a partição resultante não é alterada. Então utilizando a função logaritmo neperiano, e desprezando os termos constantes, a função discriminante:

$$g_i(x) = f(x|w_i) \quad (3.8)$$

pode ser reescrita como:

$$g'_i(x) = -\frac{1}{2} \ln |C_i| - \frac{1}{2} (x - u_i)^T C_i^{-1} (x - u_i) \quad (3.9)$$

O esquema de classificação proposto até aqui atribui um vetor de atributos  $x$  a alguma classe entre as  $N$  prováveis. Em certas circunstâncias porém, o valor de  $g_i(x)$  (ou  $g'_i(x)$ ) é suficientemente baixo para todo  $i = 1, 2, \dots, N$ , de tal modo que seria natural rejeitar o padrão ao invés de atribuí-lo a alguma classe. Isso pode ser feito observando que a forma quadrática,

$$(x - u_i)^T C_i^{-1} (x - u_i), \quad (3.10)$$

têm distribuição qui-quadrado com  $M$  graus de liberdade.

Portanto, utilizando a Expressão (3.9), pode-se computar a expressão:

$$Q_i(x) = -2 g'_i(x) - \ln |C_i| \quad (3.11)$$

Se o valor de  $Q_i$  ultrapassar o limiar da distribuição qui-quadrado correspondente a uma dada porcentagem acumulada da distribuição, rejeita-se o vetor do pixel observado.

A aplicação da função discriminante para dividir o espaço  $M$ -dimensional em  $N + 1$  partições ( $N$  classes e área de rejeição) pressupõe o conhecimento das densidades de probabilidade que caracterizam as classes. Quando a forma funcional das classes é conhecida, tem-se o problema de aprendizado, que é um processo de estimação dos parâmetros desconhecidos. Em imagens de Sensoriamento Remoto a



hipótese gaussiana é frequentemente utilizada para caracterizar as densidades multivariadas das classes, restando o problema de estimar os parâmetros, isto é, os vetores média e as matrizes de covariância de cada classe através de amostras disponíveis de classificação conhecida. Tem-se neste caso o chamado aprendizado com supervisão. Para resolver este problema, dois modelos podem ser adotados:

- 1) Estimação por Máxima Verossimilhança e
- 2) Estimação Bayesiana

Embora os resultados obtidos por estes dois procedimentos sejam frequentemente idênticos, eles são conceitualmente diferentes. O método de Máxima Verossimilhança encara os parâmetros a serem estimados como quantidades cujos valores são fixos, porém desconhecidos. A melhor estimativa é definida como a que maximiza a densidade de probabilidade de realmente obter as amostras observadas (APÊNDICE A).

O método Bayesiano encara os parâmetros como variáveis aleatórias, cuja distribuição a priori deve ser conhecida. A observação das amostras converte esta densidade a priori para uma densidade a posteriori, desta forma revisando a idéia que se tem a priori a respeito dos valores dos parâmetros.

Em Sensoriamento Remoto, o modelo de estimação de parâmetros por Máxima Verossimilhança é geralmente adotado. Deste modo, supõe-se que todas as classes possuem a mesma probabilidade a priori, isto é, não há necessidade de conhecer a distribuição a priori das classes. A partir das amostras das áreas de classificação conhecida, o vetor de valores esperados da classe  $w_i$  é dado por:

$$\hat{u}_i = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} x_j \quad (3.12)$$

e a matriz de covariância da classe  $w_i$  por

$$\hat{C}_i = \frac{1}{M_i - 1} \sum_{j=1}^{M_i} \left( x_j - \hat{u}_i \right) \left( x_j - \hat{u}_i \right)^T, \quad (3.13)$$

onde  $M_i$  é o número de amostras na área de treinamento da classe  $w_i$ .

### 3.2.3 - CONDIÇÕES PARA O BOM DESEMPENHO DO CLASSIFICADOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

O algoritmo de classificação supervisionada preferido para aplicações de Sensoriamento Remoto é o algoritmo de classificação por Máxima Verossimilhança utilizando modelos de distribuição normal multivariada para as classes.

Esta preferência baseia-se na sua habilidade de modelar distribuições de classes que são alongadas em diferentes direções e com diferentes comprimentos no espaço multiespectral, e também em sua garantia teórica de que, se propriamente aplicado, acarretará o mínimo erro médio de classificação.

No entanto, algumas precauções devem ser tomadas. Primeiramente, os conjuntos de pontos de treinamento para a estimação do vetor média e da matriz de covariância de cada classe devem ser adequados. Se o número de bandas a serem utilizadas na classificação for  $M$ , o número mínimo teórico de padrões de treinamento por classe é  $M + 1$ . Caso contrário, a matriz de covariância será singular, tornando

o cálculos da Expressão (3.9) impossível. Na prática, porém, o número de padrões de treinamento precisa ser no mínimo 10 vezes o número de bandas  $M$ , sendo 100 vezes  $M$  o número altamente desejável, se puder ser obtido (Swain e Davis, 1978).

No caso do mínimo de amostras para cada classe não ser suficiente, ocorrerá uma estimativa imprecisa dos vetores média e das matrizes de covariância, provocando uma classificação ruim. Nestas situações, pode ser mais eficiente utilizar algum outro método de classificação como, por exemplo, a classificação por Mínima Distância. Em Richards (1986), os principais métodos de classificação supervisionada são apresentados e comparados em termos de aplicabilidade e tempo computacional.

Outro aspecto que deve ser estudado criteriosamente diz respeito às classes espectrais serem corretamente delineadas na imagem de interesse. Isto é necessário pois cada classe é modelada por uma distribuição de probabilidade normal (função unimodal), e caso alguma das classes apresente função de probabilidade multimodal (isto é, função com mais de um ponto máximo simples), certamente o modelamento não será efetivo.

Para detetar situações envolvendo classes multimodais e efetuar a divisão das classes são utilizados métodos de agregamento de dados ("clustering"). Estes métodos podem ser utilizados também para classificação não supervisionada, particularmente útil quando o número de amostras de treinamento é severamente limitado. Richards (1986) apresenta uma estratégia híbrida de classificação supervisionada/não supervisionada: um método de agregamento é utilizado para delinear as classes espectrais unimodais em sub-áreas representativas da imagem, e então toda a imagem é classificada neste conjunto de classes espectrais através

do algoritmo Máxima Verossimilhança.

A seguir são apresentadas algumas considerações sobre como avaliar o desempenho do classificador.

### 3.2.4 - AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO CLASSIFICADOR

Idealmente, o desempenho do classificador deveria ser avaliado pela probabilidade de erro,  $p_e$ , de classificação. No caso de múltiplas classes, envolvendo medidas em vários atributos, o cálculo direto da  $p_e$  torna-se difícil; a solução adotada é estimar essa probabilidade a partir do desempenho do classificador.

O procedimento usual é dividir as amostras de classificação conhecida em áreas de treinamento e de teste, pois avaliar a  $p_e$  a partir do desempenho do classificador sobre as amostras usadas para treinamento leva a estimativas otimistas.

Se a verdadeira, mas desconhecida, probabilidade de erro é  $p_e$ , se  $M$  amostras equiprováveis e independentes são utilizadas para teste e se  $m$  destas amostras são classificadas erroneamente, a distribuição da variável aleatória  $m$  é binomial, ou seja:

$$P(m) = \binom{M}{m} p_e^m (1 - p_e)^{M-m} \quad (3.14)$$

A estimativa por máxima verossimilhança de  $P_e$ ,  $\hat{P}_e$ , é a solução da equação:

$$\frac{\partial \ln P(m)}{\partial p_e} \Big|_{p_e = \hat{p}_e} = \left( \begin{array}{c} m - M - m \\ p_e \quad 1 - p_e \end{array} \right) \Big|_{p_e = \hat{p}_e} = 0 \quad (3.15)$$

Portanto,

$$\hat{p}_e = \frac{m}{M} \quad (3.16)$$

As propriedades desta estimativa para o parâmetro  $p_e$  com distribuição binomial são bem conhecidas (Duda e Hart, 1973). A partir desta distribuição, é possível obter intervalos de confiança de  $p_e$  (Higheyman (1962), citado por Mascarenhas e Velasco, 1984). A não ser que  $M$  seja razoavelmente grande, o valor obtido pela equação 3.16 deve ser encarado com cuidado. Por exemplo, se o classificador não cometeu nenhum erro em 50 amostras, o verdadeiro valor de  $p_e$  está entre 0% e 8% com probabilidade de 0,95. Para que este intervalo de confiança seja entre 0% e 2% seriam necessárias 250 amostras verificadas sem nenhum erro.

### 3.3 - REDUÇÃO DA DIMENSÃO DO ESPAÇO DE ATRIBUTOS

Existe uma relação importante entre o número de atributos utilizados na classificação de um padrão e o tempo computacional envolvido neste processo. Exemplificando, para o classificador Máxima Verossimilhança esta relação é quadrática. Logo, é econômico assegurar-se que não serão utilizados mais atributos do que o necessário para a obtenção de uma classificação eficiente.

A redução da dimensionalidade do espaço de atributos pode ser obtida pela seleção de um subconjunto

apropriado de atributos (seção 3.3.1) ou pela transformação do espaço de atributos em um espaço de dimensão menor (Seção 3.3.2).

### 3.3.1 - SELEÇÃO DE ATRIBUTOS

A seleção de atributos não pode ser realizada de forma indiscriminada. É necessária uma comparação baseada no desempenho do classificador quando utilizados os subconjuntos candidatos. Idealmente, o critério de comparação deveria ser a probabilidade de erro, mas o cálculo destas probabilidades é bastante difícil. Desta forma, são utilizados critérios indiretos expressos por medidas de distância entre distribuições, os quais fornecem limites superiores e/ou inferiores para a probabilidade de erro.

Considerando a situação de medir a separabilidade de duas classes em um espaço unidimensional, Swain e Davis (1978) definiram a denominada distância normalizada entre as médias das classes,  $d_{\text{norn}}$ , que é o valor absoluto da diferença entre as médias, dividido pela soma dos desvios padrões:

$$d_{\text{norn}} = \frac{|\mu_1 - \mu_2|}{\delta_1 + \delta_2} \quad (3.17)$$

onde,

$\mu_1$  = média da classe 1;

$\mu_2$  = média da classe 2;

$\delta_1$  = desvio padrão da classe 1; e

$\delta_2$  = desvio padrão da classe 2.

Esta é uma medida da separabilidade estatística entre as classes, isto é, da separabilidade de suas funções de probabilidade. Existe uma relação inversa entre a separabilidade estatística e a probabilidade de erro, pois a probabilidade de erro está intimamente relacionada à área sob as funções de probabilidade das classes na região onde estas se superpõem.

No entanto, é necessário utilizar uma medida diferente de  $d_{\text{norn}}$ , pois esta assume o valor zero para quaisquer duas funções de probabilidade que apresentem médias iguais, embora a probabilidade de erro, refletindo a área de superposição, varie dependendo das variâncias associadas às densidades. Além disso, é necessária uma medida de separabilidade que seja multivariada, para lidar com espaços de atributos de dimensão maior do que um.

Historicamente, a medida chamada divergência foi a primeira a ser empregada, mas para problemas que envolvem múltiplas classes uma escolha mais apropriada é a distância Jeffreys-Matusita (Distância J-M), dada por:

$$D_{ij} = \left\{ \int_x \left( \sqrt{p(x|w_i)} \right) - \left( \sqrt{p(x|w_j)} \right)^2 dx \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.18)$$

Sob a hipótese gaussiana, a Expressão (3.18) reduz-se a:

$$D_{ij} = \left( 2(1 - e^{-\alpha}) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.19)$$

onde,

$$\alpha = -\frac{1}{8} (u_i - u_j)^T ((\Sigma_i + \Sigma_j)/2)^{-1} (u_i - u_j) +$$

$$+ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{(\Sigma_i + \Sigma_j)/2}{(|\Sigma_i| \cdot |\Sigma_j|)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (3.20)$$

onde,

$u_k$ ,  $k = 1, \dots, m$ , é o vetor média da classe  $k$

$\Sigma_k$ ,  $k = 1, \dots, m$ , é a matriz de covariância da classe  $k$

Analisando a Equação (3.20), o primeiro termo pode ser interpretado como uma forma multivariada da distância normalizada entre médias de classes,  $d_{\text{norn}}$ , dado pela Equação (3.17). O segundo termo representa uma contribuição resultante da diferença entre as matrizes de covariância. Portanto,  $\alpha$  será igual a zero apenas se as médias e matrizes de covariância das duas classes forem idênticas (Swain e Davis, 1978).

Outro detalhe importante está no termo exponencial negativo da Equação (3.19). O efeito deste termo é dar um peso exponencialmente decrescente para diferenças crescentes entre as funções de densidade das classes. Como resultado, a Distância J-M tem um comportamento de "saturação", como ilustra a Figura 3.4, e se comporta de acordo com a porcentagem de classificação correta. Isto significa que, se comparamos várias situações nas quais as classes estejam bastante separadas, os valores de Distância J-M calculados em todas as situações não apresentarão diferenças significativas, o mesmo ocorrendo com a porcentagem de classificação correta. Por estas razões, a Distância J-M se mostra um bom modo de prever a precisão de classificação.



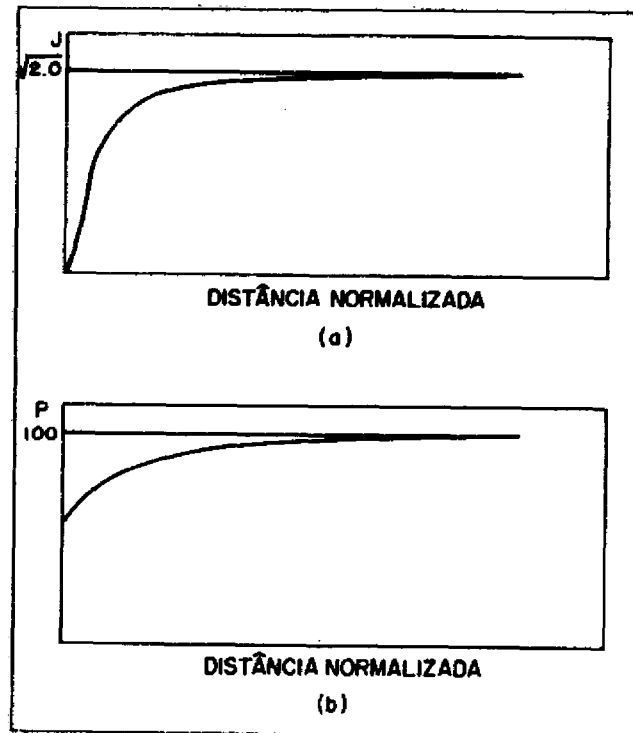


Fig. 3.4 - Distância J-M e probabilidade de classificação correta como função da distância normalizada entre as médias (Equação 3.17): (a) distância J-M e (b) probabilidade de classificação correta  $P_c$ .  
 FONTE: Swain e Davis (1978), p. 170.

Outra medida de separabilidade indicada para utilização na classificação de dados de Sensoriamento Remoto é a divergência transformada (Swain e Davis, 1978). Segundo Richards (1986), estudos realizados mostraram que esta medida é mais econômica e quase tão efetiva quanto a distância J-M, e consideravelmente melhor do que a divergência simples. Maiores detalhes podem ser encontrados em Swain e Davis (1978); Mascarenhas e Velasco (1984); Richards (1986).

Para escolher o melhor conjunto de atributos, um método possível é escolher os atributos que maximizem a distância média ponderada  $D_{mp}$  entre pares de classes, onde

$$D_{mp} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m P(w_i) P(w_j) D_{ij} \quad (3.21)$$

onde,

$P(w)$  é a probabilidade a priori da classe  $w$ ;

$m$  é o número de classes;

$D_{ij}$  é uma entre as várias medidas de separabilidade estatísticas propostas na literatura.

### 3.3.2 - TRANSFORMAÇÕES NO ESPAÇO DE ATRIBUTOS

Redução de atributos pode ser obtida transformando os dados para um novo conjunto de eixos, nos quais os atributos a serem descartados ficam evidentes. Várias transformações podem ser empregadas com este objetivo. Em Sensoriamento Remoto, uma das transformações mais utilizadas é a transformação de Karhunen-Loeve, também conhecida como transformação dos Componentes Principais ou transformação de Hotelling.

A transformação de Componentes Principais mapeia os dados da imagem em um novo sistema de coordenadas na qual os dados são decorrelacionados, sob o critério do mínimo erro médio quadrático. Este novo sistema possui a característica de que os dados apresentam a maior variância no primeiro eixo, a segunda maior variância no segundo eixo mutuamente ortogonal, e assim por diante. As últimas componentes principais, em geral, mostram pouca variância, podendo ser consideradas de pouca contribuição para a representação das classes e ser ignoradas, reduzindo a dimensão do espaço de atributos e aumentando a velocidade de clas-

sificação. Mas isto só é válido, quando as estruturas espectrais das classes forem realmente distribuídas nos poucos primeiros eixos.

A Figura 3.5 ilustra um caso no qual a transformação dos Componentes Principais permite redução dos atributos. Neste caso ambas as dimensões são necessárias no espaço de atributos originais, no entanto, apenas o primeiro componente resultante da transformação de Componentes Principais permite separabilidade de classes.

A transformação de Componentes Principais utiliza a média e a covariância de todo o conjunto de dados da imagem, logo não é sensível explicitamente a estrutura dos dados em cada uma das classes. Este método frequentemente funciona bem em dados de Sensoriamento Remoto, nos quais as classes são geralmente distribuídas na direção da máxima dispersão dos dados. Isto é válido para solos e tipos de cobertura espectralmente semelhantes.

Um outro método, mais rigoroso, para gerar um conjunto transformado de eixos, no qual a separabilidade entre as classes é maximizada e a variância dentro das classes é minimizada, é baseado no procedimento denominado Análise Canônica.

A Figura 3.6 ilustra este método considerando um espaço de atributos bi-dimensional com apenas duas classes: neste exemplo não é possível separar as classes utilizando apenas um dos atributos originais e também não é possível separá-las em somente um dos eixos obtidos pela transformação dos Componentes Principais, devido à natureza do espalhamento global dos dados comparada com o espalhamento dos dados dentro das classes individuais. No entanto, os dados podem ser separados por um atributo obtido por uma rotação de eixos (transformação da imagem) como a apresen-

tada na Figura 3.6.b. O eixo principal nesta transformação deve ser tal que a razão  $k$  seja a maior possível:

$$k = \frac{A^2}{w^2} \quad (3.22)$$

onde,

$A^2$  : variância entre classe; e

$w^2$  : variância dentro das classes (média das variâncias  $w_1$  e  $w_2$ , para este exemplo).

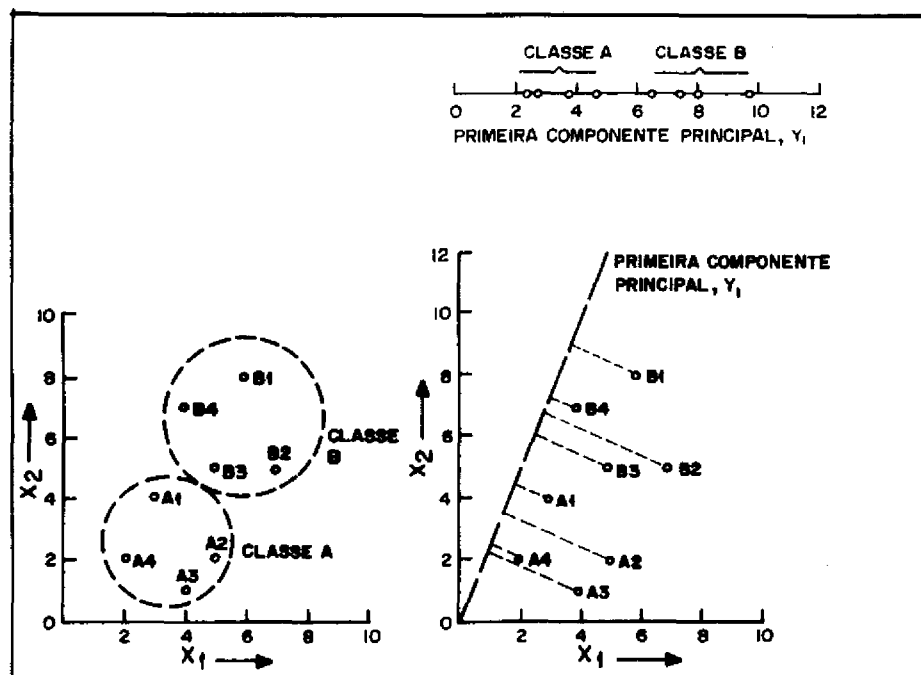


Fig. 3.5 - Exemplo no qual é possível reduzir o número de atributos pela transformação dos componentes principais.

FONTE: Richards (1986), p. 215.

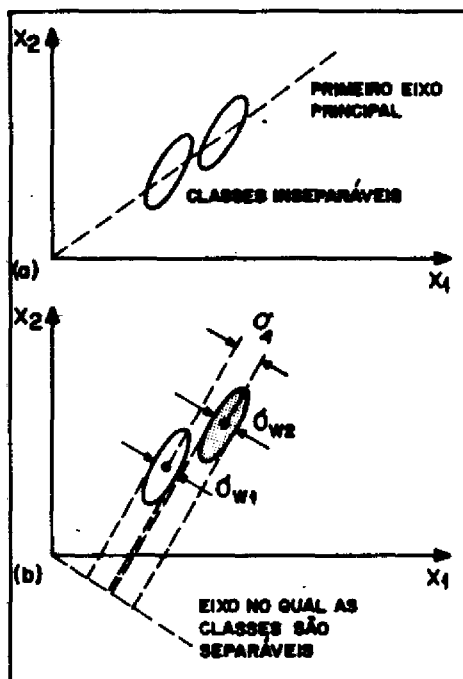


Fig. 3.6 - Dados hipotéticos em um espaço bi-dimensional, para duas classes, ilustrando: a) falta de separabilidade nas bandas originais e na componente principal; b) eixo no qual as classes podem ser separadas.

FONTE: Richards (1986), p. 217.

A seguir é descrito como são obtidas as transformações citadas, isto é, a transformação de Karhunen-Loève (Componentes Principais) e a transformação por Análise Canônica.

#### a. A TRANSFORMAÇÃO DE KARHUNEN-LOÈVE.

Os dados no novo sistema de coordenadas gerado pela transformação são não correlacionados, isto é, a matriz de covariância global no novo sistema é diagonal.

Se os vetores descrevendo os pixels são representados por  $y$  no novo sistema de coordenadas, então o objetivo é obter a transformação linear  $G$  das coordenadas originais, tal que

$$y = Gx \quad (3.23)$$

sujeito à restrição de que a matriz de covariância dos dados no espaço  $y$  seja diagonal.

No espaço  $y$ , a matriz de covariância global é, por definição,

$$\Sigma_y = E \{ (y - m_y) (y - m_y)^t \} \quad (3.24)$$

onde,

$E$  = esperança matemática

$m_y$  = vetor média dos dados no espaço  $y$ .

A expressão para  $m_y$  é:

$$m_y = E \{y\} = E \{Gx\} = G E \{x\} = G m_x, \quad (3.25)$$

onde,  $m_x$  é o vetor média no espaço  $x$ . Então:

$$\Sigma_y = E \{ (Gx - Gm_x) (Gx - Gm_x)^t \} \quad (3.26)$$

pode ser reescrito como:

$$\Sigma_y = G E \{ (x - m_x) (x - m_x)^t \} G^t = G \Sigma_x G^t \quad (3.27)$$

onde,

$\Sigma_x$  é a matriz de covariância global no espaço  $x$ .

Como  $\Sigma_y$  deve ser diagonal,  $G$  pode ser reconhecido como a transposta da matriz dos vetores próprios de  $\Sigma_x$ , sendo  $G$  seja uma matriz ortogonal (isto é,  $G^{-1} = G^t$ ). Como resultado,  $\Sigma_y$  pode ser identificada como a matriz diagonal dos valores próprios de  $\Sigma_x$  (Richards, 1986), isto é,

$$\Sigma_y = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & & & \\ 0 & \lambda_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \cdot \\ & & & & & n \end{pmatrix}$$

A Figura 3.7 ilustra a transformação de Karhunen-Loève para uma distribuição gaussiana  $n$ -dimensional,  $n = 2$ .

Nos novos eixos, os dados são apresentados sem correlação. Isso é evidenciado pelo fato de que a elipse que contém uma porcentagem especificada da distribuição gaussiana ter seus eixos principais paralelos aos eixos do novo sistema de coordenadas. As variâncias dos componentes (que determinam o alongamento da elipse em cada direção) são os valores próprios da matriz de covariância do vetor aleatório.

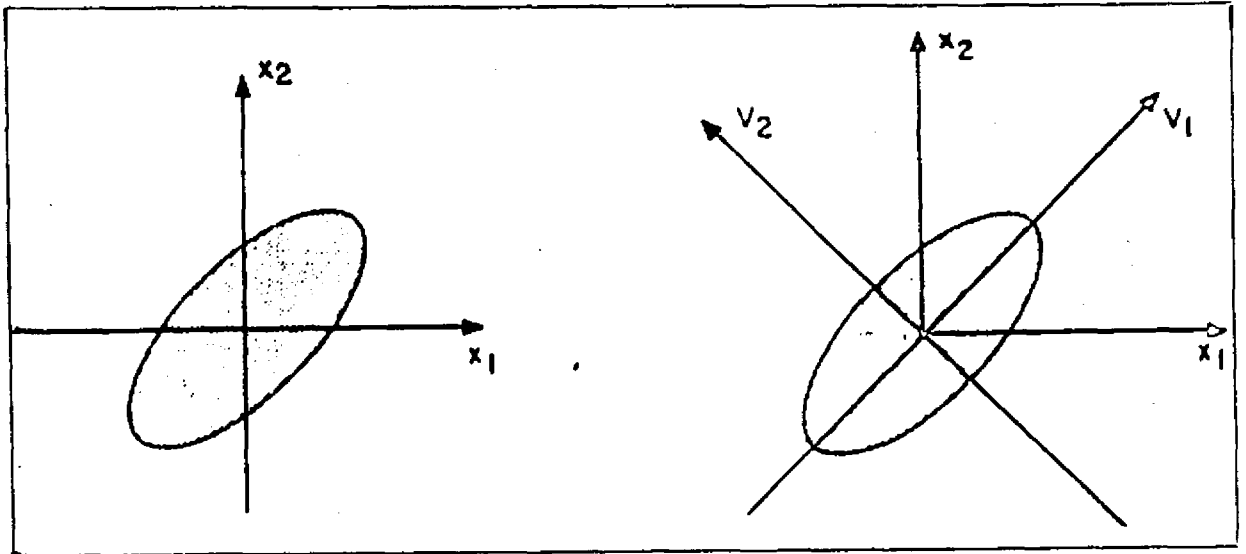


Fig. 3.7 - Interpretação geométrica da transformação de Karhunen-Loève em duas dimensões.

FONTE: Mascarenhas e Velasco (1984), p.10.36.

#### b. ANÁLISE CANÔNICA.

Para obter o novo conjunto de eixos através do procedimento de Análise Canônica, inicialmente devem ser obtidos os vetores média,  $m_i$ , e as matrizes de covariância,  $W_i$ , de cada classe  $i$ ,  $i=1, \dots, M$ .

A média das matrizes de covariância dentro das classes,  $W$ , é definida por

$$W = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M W_i \quad (3.28)$$

A equação (3.28) se aplica a casos nos quais as classes têm populações iguais. Uma expressão mais geral é dada por:



$$W = \left\{ \sum_{i=1}^M (n_i - 1) W_i \right\} S_n \quad (3.29)$$

onde,

$n_i$  é a população da  $i$ -ésima classe; e

$$S_n = \sum_{i=1}^M n_i \quad (3.30)$$

A matriz de covariância entre classes é dada por:

$$B = E \left\{ (m_i - m_0) (m_i - m_0)^t \right\} \quad (3.31)$$

onde,

$m_0$  é a média global dos dados, dada por

$$m_0 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M m_i \quad (3.32)$$

ou

$$m_0 = \frac{\sum_{i=1}^M n_i m_i}{S_n} \quad (3.33)$$

no caso das classes possuírem populações diferentes.

Sendo,

$$y = D^t x \quad (3.34)$$

a transformação requerida para gerar os novos eixos  $y$  nos quais as classes tenham separação ótima, então, pelo mesmo procedimento usado para a transformação dos Componentes Principais, é possível mostrar que as matrizes de covariância entre classes e dentro das classes no novo sistema de coordenadas,  $y$ , são:

$$W_y = D^t W_x D \quad (3.35)$$

$$B_j = D^t B_x D \quad (3.36)$$

Os vetores linha de  $D^t$  definem as direções dos novos eixos no espaço  $y$ . Sendo  $d$  um vetor particular de  $D^t$  (digamos o que define o primeiro eixo canônico) então as variâncias dentro das classes e entre as classes correspondentes são:

$$\sigma_w^2 = d^t W_x d \quad (3.37)$$

$$\sigma_b^2 = d^t B_x d \quad (3.38)$$

Substituindo em (3.22), temos:

$$\lambda = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_w^2} = \frac{d^t B_x d}{d^t W_x d} \quad (3.39)$$

A expressão (3.39) é maximizada pela seleção de  $d$  se

$$\frac{d\lambda}{\partial d} = 0 \quad (3.40)$$

Aplicando a derivada, a expressão (3.39) reduz-se a

$$B_x d - W_x d (d^t B_x d) (d^t W_x d)^{-1} = 0 \quad (3.41)$$

que pode ser reescrita como

$$(B_x - \lambda W_x) d = 0 \quad (3.42)$$

A equação (3.42) é chamada equação de autovalores generalizada e deve ser resolvida para as incógnitas  $\lambda$  e  $d$ . O primeiro eixo canônico será na direção de  $d$  e  $\lambda$  dará a razão entre as variâncias entre classes e dentro das classes para este eixo.

No geral, a expressão (3.42) pode ser reescrita como:

$$(B_x - \Delta W_x) D = 0 \quad (3.43)$$

onde,

$D$  é a matriz de vetores  $d$  e

$\Delta$  é a matriz diagonal dos autovalores  $\lambda$ ,

e o procedimento se aplica para o segundo eixo canônico (que apresenta a segunda maior razão), o terceiro eixo canônico, e assim por diante.

O desenvolvimento até este estágio é usualmente denominado de análise de discriminantes. Um passo adicional é considerado no caso de análise canônica, para que a solução encontrada seja única; é adicionada a restrição:

$$D^t W_x D = I = W_y \quad (3.44)$$

Isto significa que a matriz de covariância dentro das classes, após a transformação, deve ser a identidade, isto é, as classes devem aparecer esféricas.

A dimensão do novo sistema de coordenadas é menor do que no sistema original, pois, o número de autovalores não nulos é igual ao número de classes  $M$  menos um (Duda e Hart, 1973). Logo, o procedimento de análise canônica provê separabilidade ótima com dimensionalidade reduzida. Outras referências sobre este assunto são Fukunaga (1972), Schowengerdt (1983).



CAPÍTULO 4MODELO DE MISTURA ADOTADO

Este capítulo tem como objetivo apresentar o modelo linear de mistura adotado e os métodos de estimação das proporções de classes dentro de um pixel implementados, conforme proposta feita por Shimabukuro (1987).

4.1 - MODELO LINEAR DE MISTURA

No modelo de mistura adotado, a resposta de cada pixel em qualquer banda espectral é tida como uma combinação linear da resposta espectral de cada componente dentro do pixel. O modelo pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} r_1 &= a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n + e_1 \\ r_2 &= a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n + e_2 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ r_m &= a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n + e_m \end{aligned}$$

ou, reescrevendo,

$$r_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} x_j) + e_i \quad (4.1)$$

onde,

$i = 1, \dots, m$  (número de bandas)

$j = 1, \dots, n$  (número de componentes)

$r_i$  = reflectância espectral da  $i^{\text{ésima}}$  banda espectral de um pixel contendo um ou mais componentes;

$a_{ij}$  = reflectância espectral conhecida do  $j^{\text{ésimo}}$  componente no pixel para a  $i^{\text{ésima}}$  banda espectral;

$x_j$  = valor da proporção do  $j^{\text{ésimo}}$  componente no pixel; e

$e_i$  = erro para a  $i^{\text{ésima}}$  banda espectral.

#### 4.2 - MÉTODOS PARA ESTIMAR PROPORÇÕES DE CLASSES EM UM PIXEL

Os métodos utilizados nesta dissertação baseiam-se no conceito dos Mínimos Quadrados para resolver o modelo linear de mistura, isto é, procuram a solução linear minimizando a soma dos quadrados dos erros (Shimabukuro, 1987). Eles são:

- Mínimos Quadrados com Restrições;
- Mínimos Quadrados Ponderado.

Estes métodos foram testados por Shimabukuro (1987), mostrando resultados condizentes, qualitativamente, com a verdade de campo disponível e similares entre si. Eles estão descritos nas próximas seções.

##### 4.2.1 - MÍNIMOS QUADRADOS COM RESTRIÇÕES

O modelo linear de mistura descrito na seção anterior,

$$r_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + e_i$$

pode ser reescrito da seguinte forma:

$$e_i = r_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad (4.2)$$

onde,

$i = 1, 2, \dots, m$  (número de bandas);

$j = 1, 2, \dots, n$  (número de componentes).

O objetivo é estimar as proporções de cada componente em um pixel (resolver para os  $x_j$ 's) minimizando a soma dos quadrados dos erros  $e_i$ , sujeito às seguintes restrições:

- 1) os  $x_j$ 's devem ser não negativos; e
- 2) a soma dos  $x_j$ 's deve ser igual a um.

Em resumo, o problema a ser resolvido é minimizar:

$$\sum_i e_i^2 = \sum_i (r_i - \sum_j a_{ij} x_j)^2 \quad (4.3)$$

sujeito a:

$$0 \leq x_j \leq 1 \quad e \quad (4.4)$$

$$\sum_j x_j = 1 \quad (4.5)$$

onde,



$i = 1, 2, \dots, m$  (número de bandas); e

$j = 1, 2, \dots, n$  (número de componentes).

Para resolver este problema, foi proposto (Shimabukuro, 1987) um método que obtém a solução fazendo aproximações das variáveis visando satisfazer as restrições impostas para dois casos:

A)  $m$  bandas espectrais e 3 componentes no pixel;

B) 6 bandas espectrais e 4 componentes no pixel.

No caso A ( $m$  bandas e 3 componentes) o problema a ser resolvido é:

$$r_1 = a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + e_1$$

$$r_2 = a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + e_2$$

.

.

.

$$r_m = a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + a_{m3} x_3 + e_m$$

A função a ser minimizada é:

$$\begin{aligned} e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_m^2 = & V_1 x_1^2 + V_2 x_2^2 + V_3 x_3^2 + V_4 x_1 x_2 \\ & + V_5 x_1 x_3 + V_6 x_2 x_3 + V_7 x_1 + V_8 x_2 + V_9 x_3 + V_{10} \end{aligned}$$

(4.6)

Os valores de  $V_1$  a  $V_{10}$  estão nas Tabelas 4.1 ( $m = 4$  bandas) e 4.2 ( $m = 6$  bandas).

Considerando a restrição  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$  ou  $x_3 = 1 - x_1 - x_2$ , e substituindo em (4.6), a expressão a ser minimizada se torna:

$$F = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_m^2 = U_1 x_1^2 + U_2 x_2^2 + U_3 x_1 x_2 + U_4 x_1 + U_5 x_2 + U_6 \quad (4.7)$$

Os valores de  $U_1$  a  $U_6$  estão nas Tabelas 4.3 ( $m = 4$  bandas) e 4.4 ( $m = 6$  bandas).

TABELA 4.1 - VALORES DOS COEFICIENTES DA FUNÇÃO OBJETIVO  
PARA  $m = 4$  BANDAS,  $n = 3$  COMPONENTES.

$V_1$	$= a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 + a_{41}^2$
$V_2$	$= a_{12}^2 + a_{22}^2 + a_{32}^2 + a_{42}^2$
$V_3$	$= a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 + a_{43}^2$
$V_4$	$= 2 \times (a_{11} \times a_{12} + a_{21} \times a_{22} + a_{31} \times a_{32} + a_{41} \times a_{42})$
$V_5$	$= 2 \times (a_{11} \times a_{13} + a_{21} \times a_{23} + a_{31} \times a_{33} + a_{41} \times a_{43})$
$V_6$	$= 2 \times (a_{12} \times a_{13} + a_{22} \times a_{23} + a_{32} \times a_{33} + a_{42} \times a_{43})$
$V_7$	$= -2 \times (a_{11} \times r_1 + a_{21} \times r_2 + a_{31} \times r_3 + a_{41} \times r_4)$
$V_8$	$= -2 \times (a_{12} \times r_1 + a_{22} \times r_2 + a_{32} \times r_3 + a_{42} \times r_4)$
$V_9$	$= -2 \times (a_{13} \times r_1 + a_{23} \times r_2 + a_{33} \times r_3 + a_{43} \times r_4)$
$V_{10}$	$= r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2$

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 186.

**TABELA 4.2 - VALORES DOS COEFICIENTES DA FUNÇÃO OBJETIVO**  
**PARA m = 6 BANDAS, n = 3 COMPONENTES**

$$\begin{aligned}
 V_1 &= a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 + a_{41}^2 + a_{51}^2 + a_{61}^2 \\
 V_2 &= a_{12}^2 + a_{22}^2 + a_{32}^2 + a_{42}^2 + a_{52}^2 + a_{62}^2 \\
 V_3 &= a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 + a_{43}^2 + a_{53}^2 + a_{63}^2 \\
 V_4 &= 2 \times (a_{11} \times a_{12} + a_{21} \times a_{22} + a_{31} \times a_{32} + a_{41} \times a_{42} \\
 &\quad + a_{51} \times a_{52} + a_{61} \times a_{62}) \\
 V_5 &= 2 \times (a_{11} \times a_{13} + a_{21} \times a_{23} + a_{31} \times a_{33} + a_{41} \times a_{43} \\
 &\quad + a_{51} \times a_{53} + a_{61} \times a_{63}) \\
 V_6 &= 2 \times (a_{12} \times a_{13} + a_{22} \times a_{23} + a_{32} \times a_{33} + a_{42} \times a_{43} \\
 &\quad + a_{52} \times a_{53} + a_{62} \times a_{63}) \\
 V_7 &= -2 \times (a_{11} \times r_1 + a_{21} \times r_2 + a_{31} \times r_3 + a_{41} \times r_4 \\
 &\quad + a_{51} \times r_5 + a_{61} \times r_6) \\
 V_8 &= -2 \times (a_{12} \times r_1 + a_{22} \times r_2 + a_{32} \times r_3 + a_{42} \times r_4 \\
 &\quad + a_{52} \times r_5 + a_{62} \times r_6) \\
 V_9 &= -2 \times (a_{13} \times r_1 + a_{23} \times r_2 + a_{33} \times r_3 + a_{43} \times r_4 \\
 &\quad + a_{53} \times r_5 + a_{63} \times r_6) \\
 V_{10} &= r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2 + r_5^2 + r_6^2
 \end{aligned}$$

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 188.

TABELA 4.3 - VALORES DOS COEFICIENTES DA FUNÇÃO OBJETIVO  
APÓS CONSIDERAR A PRIMEIRA RESTRIÇÃO (m = 4 BANDAS, n = 3  
COMPONENTES)

$$\begin{aligned}
 U_1 &= a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 + a_{41}^2 + a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 \\
 &\quad + a_{43}^2 - 2 \times (a_{11} a_{13} + a_{21} a_{23} + a_{31} a_{33} + a_{41} a_{43}) \\
 U_2 &= a_{12}^2 + a_{22}^2 + a_{32}^2 + a_{42}^2 + a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 \\
 &\quad + a_{43}^2 - 2 \times (a_{12} a_{13} + a_{22} a_{23} + a_{32} a_{33} + a_{42} a_{43}) \\
 U_3 &= 2 (a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 + a_{43}^2 + a_{11} a_{12} + a_{21} a_{22} \\
 &\quad + a_{31} a_{32} + a_{41} a_{42} - a_{11} a_{13} - a_{21} a_{23} - a_{31} a_{33} \\
 &\quad - a_{41} a_{43} - a_{12} a_{13} - a_{22} a_{23} - a_{32} a_{33} - a_{42} a_{43}) \\
 U_4 &= 2 (-a_{13}^2 - a_{23}^2 - a_{33}^2 - a_{43}^2 + a_{11} a_{13} + a_{21} a_{23} \\
 &\quad + a_{31} a_{33} + a_{41} a_{43} - a_{11} r_1 - a_{21} r_2 - a_{31} r_3 - a_{41} \\
 &\quad r_4 + a_{13} r_1 + a_{23} r_2 + a_{33} r_3 + a_{43} r_4) \\
 U_5 &= 2 (-a_{13}^2 - a_{23}^2 - a_{33}^2 - a_{43}^2 + a_{12} a_{13} + a_{22} a_{23} \\
 &\quad + a_{32} a_{33} + a_{42} a_{43} - a_{12} r_1 - a_{22} r_2 - a_{32} r_3 - a_{42} \\
 &\quad r_4 + a_{13} r_1 + a_{23} r_2 + a_{33} r_3 + a_{43} r_4) \\
 U_6 &= a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 + a_{43}^2 + r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2 \\
 &\quad - 2 \times (a_{13} r_1 + a_{23} r_2 + a_{33} r_3 + a_{43} r_4)
 \end{aligned}$$

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 41.

**TABELA 4.4 - VALORES DOS COEFICIENTES DA FUNÇÃO OBJETIVO  
APÓS CONSIDERAR A PRIMEIRA RESTRIÇÃO (m = 6 BANDAS, n = 3  
COMPONENTES)**

$$\begin{aligned}
 U_1 &= a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 + a_{41}^2 + a_{51}^2 + a_{61}^2 + a_{13}^2 \\
 &\quad + a_{23}^2 + a_{33}^2 + a_{43}^2 + a_{53}^2 + a_{63}^2 - 2 \times (a_{11} a_{13} \\
 &\quad + a_{21} a_{23} + a_{31} a_{33} + a_{41} a_{43} + a_{51} a_{53} + a_{61} a_{63}) \\
 U_2 &= a_{12}^2 + a_{22}^2 + a_{32}^2 + a_{42}^2 + a_{52}^2 + a_{62}^2 + a_{13}^2 \\
 &\quad + a_{23}^2 + a_{33}^2 + a_{43}^2 + a_{53}^2 + a_{63}^2 - 2 \times (a_{12} a_{13} \\
 &\quad + a_{22} a_{23} + a_{32} a_{33} + a_{42} a_{43} + a_{52} a_{53} + a_{62} a_{63}) \\
 U_3 &= 2 \times (a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 + a_{43}^2 + a_{53}^2 + a_{63}^2 \\
 &\quad + a_{11} a_{12} + a_{21} a_{22} + a_{31} a_{32} + a_{41} a_{42} + a_{51} a_{52} \\
 &\quad + a_{61} a_{62} - a_{11} a_{13} - a_{21} a_{23} - a_{31} a_{33} - a_{41} a_{43} \\
 &\quad - a_{51} a_{53} - a_{61} a_{63} - a_{12} a_{13} - a_{22} a_{23} - a_{32} a_{33} \\
 &\quad - a_{42} a_{43} - a_{52} a_{53} - a_{62} a_{63}) \\
 U_4 &= 2 \times (-a_{13}^2 - a_{23}^2 - a_{33}^2 - a_{43}^2 - a_{53}^2 - a_{63}^2 \\
 &\quad + a_{11} a_{13} + a_{21} a_{23} + a_{31} a_{33} + a_{41} a_{43} + a_{51} a_{53} \\
 &\quad + a_{61} a_{63} - a_{11} r_1 - a_{21} r_2 - a_{31} r_3 - a_{41} r_4 \\
 &\quad - a_{51} r_5 - a_{61} r_6 + a_{13} r_1 + a_{23} r_2 + a_{33} r_3 \\
 &\quad + a_{43} r_4 + a_{53} r_5 + a_{63} r_6) \\
 U_5 &= 2 \times (-a_{13}^2 - a_{23}^2 - a_{33}^2 - a_{43}^2 - a_{53}^2 - a_{63}^2 \\
 &\quad + a_{12} a_{13} + a_{22} a_{23} + a_{32} a_{33} + a_{42} a_{43} + a_{52} a_{53} \\
 &\quad + a_{62} a_{63} - a_{12} r_1 - a_{22} r_2 - a_{32} r_3 - a_{42} r_4 \\
 &\quad - a_{52} r_5 - a_{62} r_6 + a_{13} r_1 + a_{23} r_2 + a_{33} r_3 \\
 &\quad + a_{43} r_4 + a_{53} r_5 + a_{63} r_6) \\
 U_6 &= a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 + a_{43}^2 + a_{53}^2 a_{63}^2 + r_1^2 + r_2^2 \\
 &\quad + r_3^2 + r_4^2 + r_5^2 + r_6^2 - 2 \times (a_{13} r_1 + a_{23} r_2 \\
 &\quad + a_{33} r_3 + a_{43} r_4 + a_{53} r_5 + a_{63} r_6)
 \end{aligned}$$

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 42.

Calculando as derivadas parciais de F e igualando a zero temos um mínimo:

$$\frac{\delta F}{\delta x_1} = 2 U_1 x_1 + U_3 x_2 + U_4 = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\delta F}{\delta x_2} = 2 U_2 x_2 + U_3 x_1 + U_5 = 0 \quad (4.9)$$

Resolvendo para  $x_1$  e  $x_2$ :

$$x_1 = (U_3 U_5 - 2 U_2 U_4) / (4 U_1 U_2 - U_3^2) \quad (4.10)$$

$$x_2 = (U_3 U_4 - 2 U_1 U_5) / (4 U_1 U_2 - U_3^2) \quad (4.11)$$

O método para resolver este problema é achar o mínimo dentro da área definida por

$$0 \leq x_1 \leq a, \quad (4.12)$$

$$0 \leq x_2 \leq b \text{ e} \quad (4.13)$$

$$\frac{x_1}{a} + \frac{x_2}{b} = 1, \quad (4.14)$$

onde,

$a = b = 1$ , como mostra a Figura 4.1.

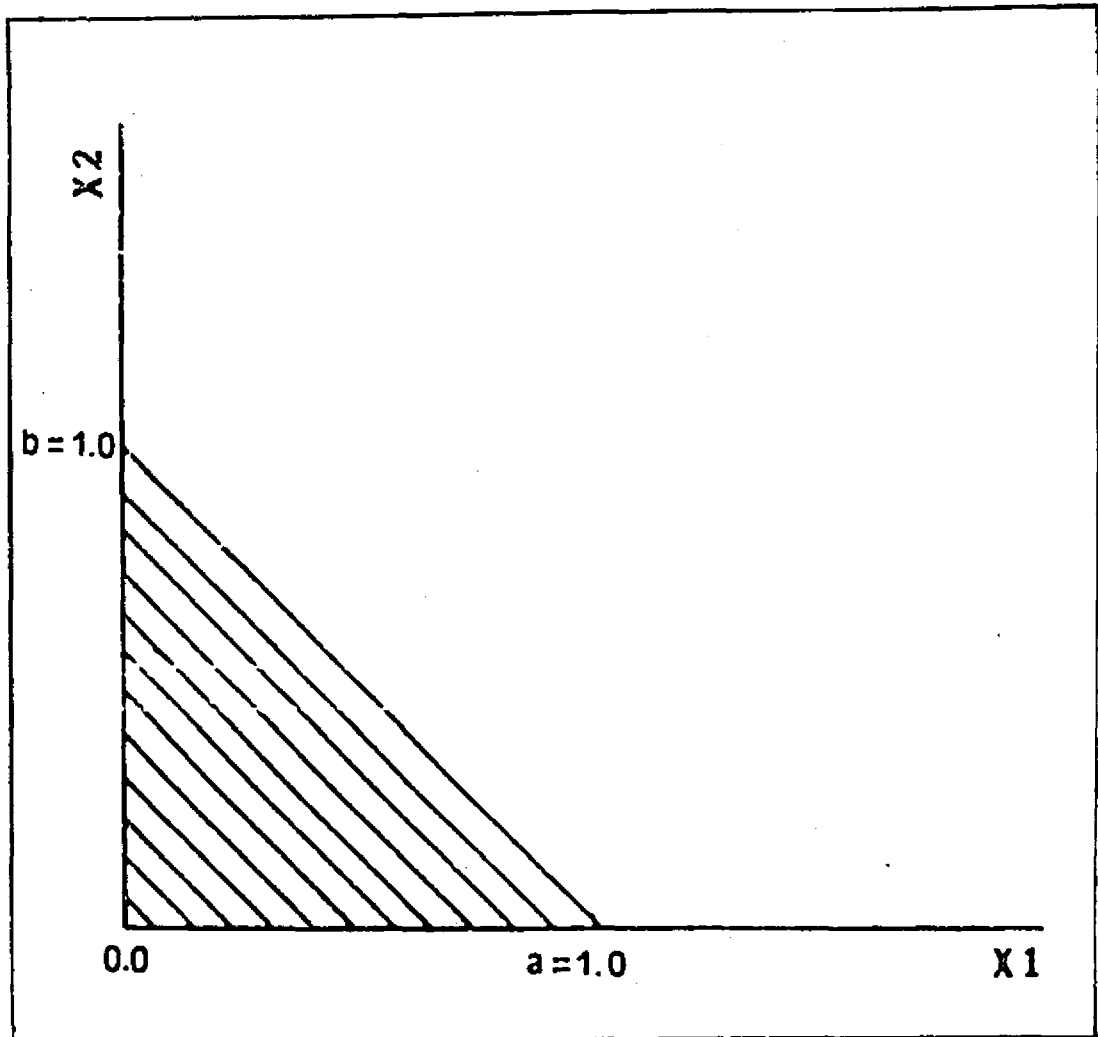


Fig. 4.1 - Região que satisfaz as restrições para  $n = 3$  componentes.

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 43.

Então, existem cinco saídas possíveis:

TABELA 4.5 - POSSÍVEIS SAÍDAS PARA O CASO A

SAÍDAS	DENTRO DA			VALORES A SEREM	
	$x_1$	$x_2$	REGIÃO	RECALCULADOS	
1	POS	POS	SIM	-	$1-x_1-x_2$
2	POS	POS	NÃO	$x_1$ e $x_2$	0
3	NEG	POS	NÃO	$x_2$ ( $x_1=0$ )	$1-x_2$
4	NEG	NEG	NÃO	( $x_1=x_2=0$ )	1
5	POS	NEG	NÃO	$x_1$ ( $x_2=0$ )	$1-x_1$

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 44.

O procedimento para calcular os valores de  $x_1$ ,  $x_2$  e, conseqüentemente  $x_3$ , é o seguinte:

1. O mínimo cai dentro da região de interesse:

$$(0 \leq x_1 \leq 1, \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \quad \text{e} \quad x_1 + x_2 \leq 1)$$

Esta é a solução final e  $x_3 = 1 - x_1 - x_2$ .

2. O mínimo cai fora da região e  $x_1$  e  $x_2$  são positivos:

O mínimo é procurado na linha  $x_1 + x_2 = 1$ , i.e.,  $x_3 = 0$ .

Então,

sendo  $x_2 = 1 - x_1$ , a função a ser minimizada se torna:



$$F = (U_1 + U_2 + U_3) x_1^2 + (U_3 + U_4 - U_5 - 2 U_2) x_1 + U_2 + U_5 + U_6 \quad (4.15)$$

Minimizando,

$$\frac{\alpha F}{\alpha x_1} = 2(U_1 + U_2 + U_3) x_1 + (U_3 + U_4 - U_5 - 2 U_2) = 0 \quad (4.16)$$

$$x_1 = - (U_3 + U_4 - U_5 - 2 U_2) / 2(U_1 + U_2 + U_3) \quad (4.17)$$

Se  $x_1 > 1$ , então  $x_1 = 1$ , ou se  $x_1 < 0$ , então  $x_1 = 0$ , e  $x_2 = 1 - x_1$ .

3. O mínimo cai fora da região e  $x_1$  é negativo e  $x_2$  positivo:

Neste caso, fazendo  $x_1 = 0$ , temos que a função a ser minimizada se torna

$$F = U_2 x_2^2 + U_5 x_2 + U_6 \quad (4.18)$$

Minimizando,

$$\frac{\alpha F}{\alpha x_2} = 2 U_2 x_2 + U_5 = 0 \quad (4.19)$$

$$x_2 = - \frac{U_5}{2 U_2} \quad (4.20)$$

Se  $x_2 > 1$ , então  $x_2 = 1$ , ou se  $x_2 < 0$ , então  $x_2 = 0$ , e  $x_3 = 1 - x_2$ .

4. O mínimo cai fora da região e  $x_1$  e  $x_2$  são negativos:

Neste caso,  $x_1$  e  $x_2$  ficam iguais a zero e  $x_3 = 1$ .

5. O mínimo cai fora da região e  $x_1$  é positivo e  $x_2$  é negativo:

Neste caso, fazendo  $x_2 = 0$ , a função a ser minimizada se torna:

$$F = U_1 x_1^2 + U_4 x_1 + U_6 \quad (4.21)$$

Minimizando,

$$\frac{\alpha F}{\alpha x_1} = 2 U_1 x_1 + U_4 = 0 \quad (4.22)$$

$$x_1 = - \frac{U_4}{2 U_1} \quad (4.23)$$

Se  $x_1 > 1$ , então  $x_1 = 1$ , ou se  $x_1 < 0$ , então  $x_1 = 0$ , e  $x_3 = 1 - x_1$ .

O caso B (6 bandas e 4 componentes) não foi adotado nesta dissertação. Sua descrição pode ser encontrada em Shimabukuro (1987), sendo bastante semelhante ao caso A.

#### 4.2.2 - MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADO

Considerando o modelo linear de mistura,

$$r_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad (4.24)$$

onde,

$i = 1, \dots, m$  (número de bandas);

$j = 1, \dots, n$  (número de componentes).

O Método dos Mínimos Quadrados Ponderado lida diretamente com a relação linear entre a reflectância observada e as proporções dos componentes na mistura.

Baseia-se no conceito dos Mínimos Quadrados, no qual as proporções são estimadas de forma a minimizar a soma dos quadrados dos erros. A solução obtida pelo Método dos Mínimos Quadrados é matematicamente aceitável, mas em alguns casos, é fisicamente sem sentido e, portanto, inaceitável.

No caso do modelo proposto, algumas restrições devem ser satisfeitas:

$$0 \leq x_j \leq 1 \quad e \quad (4.25)$$

$$\sum_j x_j = 1, \quad (4.26)$$

onde,

$$j = 1, \dots, n \text{ (número de componentes).}$$

Desta forma, temos um problema de Mínimos Quadrados sujeito a restrições, e as restrições devem ser adicionadas ao modelo:

$$\begin{array}{rcccc} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = r_1 & & & \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n = r_m & & & \\ x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1 & & & \\ x_1 = 1 & & & \\ & x_2 = 1 & & (4.27) \\ & \cdot & & \\ & \cdot & & \\ & \cdot & & \\ & \cdot & & \\ x_n = 1 & & & \end{array}$$

As últimas  $n + 1$  equações do modelo são contraditórias, e o sistema não pode ser resolvido para satisfazer todas as equações. Para resolver este problema, é necessário aplicar o conceito de ponderação para mínimos quadrados.

Ponderar certos dados é importante para tornar a solução fisicamente relevante e aceitável. Nestes casos é desejável dar maior peso aos dados considerados mais precisos ou mais importantes ao problema.

No modelo (4.27), a equação equivalente à primeira restrição ( $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$ ) deve ser rigorosamente satisfeita; as últimas  $n$  equações tem o objetivo de evitar que as variáveis  $x_j$ 's sejam negativas.

A Tabela 4.6 mostra a matriz  $W$  inicial com os valores de ponderação, utilizada quando as restrições são violadas.  $W$  é uma matriz diagonal de dimensão  $(m + n + 1)$ , onde os valores de ponderação aparecem na diagonal principal.

Os primeiros  $m$  valores na diagonal representam as primeiras  $m$  equações no modelo (4.27) igualmente importantes para a resolução do sistema. O valor seguinte (ex. 10.000) representa valor bastante alto atribuído à primeira restrição ( $x_1 + \dots + x_n = 1$ ) que deve ser rigorosamente satisfeita.

Caso a solução obtida pela resolução do sistema linear não satisfaça as restrições impostas ao modelo (4.27), um processo iterativo deve ser empregado a fim de trazer os  $x_j$ 's para dentro do intervalo  $[0,1]$ .

Isto é obtido alterando os valores das últimas  $n$  equações em  $W$ , incrementando de um pequeno valor fixo os pesos relativos aos  $x_j$ 's que violarem as restrições.

TABELA 4.6 - MATRIX W CONTENDO OS VALORES DE PONDERAÇÃO INICIAIS

$W =$ $(m+n+1) \times (m+n+1)$	1	0	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0
	0	1	0	.	.	.	.	.	.	.	.	0
	.	0	.	0	.	.	.	.	.	.	.	0
	.	.	0	.	0	.	.	.	.	.	.	0
	.	.	.	0	.	0	.	.	.	.	.	0
	.	.	.	.	0	1	0	.	.	.	.	0
	.	.	.	.	.	0	10000	0	.	.	.	0
	.	.	.	.	.	.	0	0	0	.	.	0
	.	.	.	.	.	.	.	.	0	.	.	0
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 60.

Então, a solução deste problema pelo método dos Mínimos Quadrados Ponderado é obtida minimizando

$$W_1 e_1^2 + W_2 e_2^2 + \dots + W_{(m+n+1)} e_{(m+n+1)}^2 \quad (4.28)$$

onde,

$W_1, \dots, W_{(m+n+1)}$  são os fatores de ponderação (valores reais positivos); e

$e_1, \dots, e_{(m+n+1)}$  são os valores residuais (Tabela 4.7).

TABELA 4.7 - VETOR CONTENDO OS VALORES RESIDUAIS

$E = \begin{matrix} (m+n+1) \times 1 \end{matrix}$	$e_1$	$a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n - r_1$
	$e_2$	$a_{21} x_1 + \dots + a_{2n} x_n - r_2$
	.	.
	.	.
	.	.
	$e_m$	$a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_n - r_m$
	$e_{m+1}$	$x_1 + \dots + x_n - 1$
	$e_{m+2}$	$x_1 - 1$
	$e_{m+3}$	$x_2 - 1$
	.	.
	.	.
	$e_{m+n+1}$	$x_n - 1$

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 61.

#### 4.3 - GERAÇÃO DAS BANDAS LINEARMENTE RELACIONADAS ÀS PROPORÇÕES DOS COMPONENTES

Após estimadas as proporções  $x_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  (número de componentes), são geradas  $n$  bandas sintéticas linearmente relacionadas às proporções  $x_j$  estimadas pela multiplicação de cada  $x_j$ , em todos os pixels da imagem, pelo fator de escala 255.

#### 4.4 - CÁLCULO DA IMAGEM DE ERRO

Após estimadas as proporções, isto é, obtidos os  $x_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , por um dos métodos adotados, é possível calcular o erro de estimação para cada banda e gerar as denominadas Imagens de Erro (seção 2.3.3).

Reescrevendo o modelo (4.1), para cada canal  $i$ , o termo de erro é dado por:

$$e_i = R_i - \sum_{j=1}^n (a_{ij} \hat{x}_j) \quad (4.29)$$

onde,

$i = 1, \dots, m$  (número de bandas);

$j = 1, \dots, n$  (número de componentes).

São geradas  $m$  bandas de erro pela multiplicação do módulo de cada  $e_i$ , em todos os pixels, pelo fator de escala 255. Além disso, é somado um "offset" para facilitar a visualização (por exemplo, 100).





## CAPÍTULO 5

### EXPERIMENTOS

Este capítulo tem por objetivo descrever os experimentos realizados e apresentar os resultados obtidos no desenvolvimento da proposta previamente descrita, isto é, analisar o efeito obtido pela utilização de bandas sintéticas derivadas de proporções dos materiais escolhidos como componentes primários dentro dos pixels no processo de classificação multiespectral de imagens de Sensoriamento Remoto.

#### 5.1 - METODOLOGIA

Foram analisadas duas áreas de estudo, denominadas "ITAPEVA" e "MOGI-GUAÇU", ambas áreas de reflorestamento, a primeira situada no Estado do Mato Grosso do Sul e a segunda no Estado de São Paulo. As descrições das duas áreas encontram-se, respectivamente, nas seções 5.2.1 e 5.3.1.

O trabalho experimental pode ser dividido em duas fases principais:

Fase 1 : Aplicação dos estimadores de proporções;

Fase 2 : Análise da utilização das bandas sintéticas no processo de classificação automática.

A primeira fase consiste em empregar os métodos de estimação de proporções descritos no Capítulo 4, isto é, Mínimos Quadrados com Restrições e Mínimos Quadrados Ponderado, para obter as bandas sintéticas derivadas das proporções dos elementos considerados como componentes primários na cena. As proporções estimadas por estes méto-

dos são avaliadas qualitativamente, considerando trabalhos anteriormente realizados nas áreas de estudo (Shimabukuro, 1987 e Hernandez Filho et al., 1988), pois obter informações de campo quantitativas sobre as proporções é bastante difícil.

A escolha dos componentes primários é crucial para o bom desempenho dos estimadores. Desta forma, são empregadas as seguintes técnicas para análise das assinaturas espectrais dos componentes: a geração de Imagens de Erro e verificação da porcentagem de vezes nas quais as restrições às quais as proporções estão sujeitas são violadas, conforme apresentado no Capítulo 2 desta dissertação. A descrição da primeira fase dos experimentos e os resultados obtidos podem ser encontrados nas seções 5.1.2 para a área "ITAPEVA" e 5.2.2 para a área "MOGI-GUAÇU".

A segunda fase dos experimentos consiste em analisar o comportamento das bandas sintéticas geradas na Fase 1, no processo de classificação automática, com base em dois enfoques distintos. O primeiro enfoque visa analisar a utilização de conjuntos de atributos formados pela adição de bandas sintéticas às originais ou somente pelas sintéticas. O processo de classificação é analisado a partir destes novos conjuntos, denominados atributos substitutos, no lugar da utilização dos atributos originais. Desta forma, são comparados três casos:

Caso a : Bandas originais;

Caso b : Bandas sintéticas adicionadas às originais (atributos substitutos); e

Caso c : Bandas sintéticas (atributos substitutos).

As formas empregadas para analisar os casos a, b e c são:

- 1) Análise dos Componentes Principais;
- 2) Análise Canônica;
- 3) Medida de separabilidade estatística, Distância Jeffreys-Matusita (Distância J-M); e
- 4) Estimativa de desempenho do Classificador de Máxima Verossimilhança, sob hipótese gaussiana, e análise qualitativa das imagens temáticas.

A transformação dos Componentes Principais (seção 3.3.2) mapeia os dados da imagem em um novo sistema de coordenadas, no qual os dados são não correlacionados, visando preservar ao máximo a representatividade dos padrões. Os dados apresentam maior variância na primeira componente principal, a segunda maior variância no segundo eixo mutuamente ortogonal com o primeiro, e assim por diante. As últimas componentes apresentam, em geral, pouca variância podendo ser descartadas. A base para a comparação entre os casos a, b e c é a porcentagem da variância que os dados apresentam nas primeiras componentes, que indica o modo pelo qual pode ser efetuada a redução na dimensionalidade dos dados.

A transformação da imagem baseada no procedimento de Análise Canônica (seção 3.3.2) produz um novo conjunto de eixos, cuja dimensão é igual ao número de classes menos um, nos quais a razão entre a variância entre classes e a média das variâncias dentro das classes é maximizada, isto é, procura-se maximizar a separabilidade das classes. A medida de comparação entre os casos a, b e c é dada pelo valor que esta razão apresenta nos novos eixos. As imagens

geradas por estas transformações são mostradas para ilustrar o experimento apenas em alguns casos selecionados.

A medida de separabilidade estatística Distância J-M (seção 3.3.1) é utilizada como indicador das diferenças que ocorrem na separabilidade das classes nos casos a, b e c. A distância J-M é empregada também na seleção dos atributos para a classificação pelo método de Máxima Verossimilhança.

Os resultados da classificação para os casos a, b e c são analisados através das matrizes de classificação geradas a partir das amostras de treinamento (as mesmas amostras são usadas nos três casos). A estimativa do desempenho médio do classificador é otimista quando utilizado este conjunto de amostras, mas como o objetivo da presente análise é comparar os casos a, b e c, este fato não foi considerado. As imagens temáticas geradas pela classificação são analisadas e comparadas qualitativamente com base nas informações disponíveis para cada área.

Utilizar somente bandas sintéticas no processo de classificação automática pode ser visto também como uma forma de reduzir a dimensão do espaço de atributos, sendo que, nos novos eixos, as classes convencionais são descritas em função de diferenças nas proporções dos elementos escolhidos como os componentes primários.

Este é o objetivo do segundo enfoque da análise da utilização das bandas sintéticas no processo de classificação automática: comparar os resultados obtidos pela classificação por Máxima Verossimilhança quando utilizadas as bandas sintéticas aos resultados obtidos quando utilizadas as bandas geradas da aplicação dos métodos convencionais de extração de atributos já citados: Transformação de Componentes Principais, Análise Canônica e Seleção

de Atributos por Distância J-M. Os resultados obtidos por esta comparação estão nas seções 5.2.4 para o experimento "ITAPEVA" e 5.3.4 para o "MOGI-GUAÇU".

Os programas usados para Classificação por Máxima Verossimilhança, Transformações de Componentes Principais e Análise Canônica, Distância J-M e outros programas auxiliares necessários fazem parte do SITIM (Sistema de Tratamento de Imagens) desenvolvido pelo INPE. Os métodos de estimação de proporções foram implementados em linguagem de programação "C", em ambiente SITIM, e estão disponíveis no LTID-INPE (Laboratório de Tratamento de Imagens Digitais).

As próximas seções trazem a descrição das áreas de estudo e os resultados obtidos nas duas fases do trabalho experimental para as áreas "ITAPEVA" (seção 5.2) e "MOGI-GUAÇU" (seção 5.3). A seção 5.4 traça um paralelo entre os dois experimentos e sumariza os resultados obtidos.

## 5.2 - EXPERIMENTO "ITAPEVA"

### 5.2.1 - DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

A área de estudo "ITAPEVA" consiste de reflorestamentos com o gênero *Eucalyptus*, em diferentes estágios de crescimento, pertencentes à Cia. Florestal Itapeva, cujas coordenadas são 20° 30'S e 53° 20'W, no Estado do Mato Grosso do Sul, conforme indicado na Figura 5.1.

Para análise desta área foi utilizada uma imagem Landsat TM de 18 de julho de 1984, órbita/ponto 224/74, bandas 1, 2, 3, 4, 5 e 7.

Fotografias aéreas cobrindo a área teste estão disponíveis. Estas fotografias datam de, aproximadamente, um mês (início de junho de 1984) antes da imagem orbital ser obtida. O experimento foi realizado em uma área teste de 161 linhas por 161 colunas correspondente às fotografias disponíveis. Shimabukuro (1987) gerou imagens de sombra para esta área, de modo que o seu trabalho foi usado como base de comparação dos resultados obtidos.

### 5.2.2 - APLICAÇÃO DOS ESTIMADORES DE PROPORÇÕES

São considerados três componentes primários para esta área de estudo: VEGETAÇÃO (*eucalyptus*), SOLO e SOMBRA. Os valores de reflectância dos componentes VEGETAÇÃO e SOLO foram extraídos da imagem por Shimabukuro (1987) selecionando amostras com base nas fotografias aéreas disponíveis e no mapa de reflorestamento "ITAPEVA". Os valores de reflectância do componente SOMBRA foram obtidos também por Shimabukuro através de experimentos utilizando dados de Heimes (1977). A Tabela 5.1 e a Figura 5.2 mostram os valores e as curvas espectrais de reflectância dos componentes.

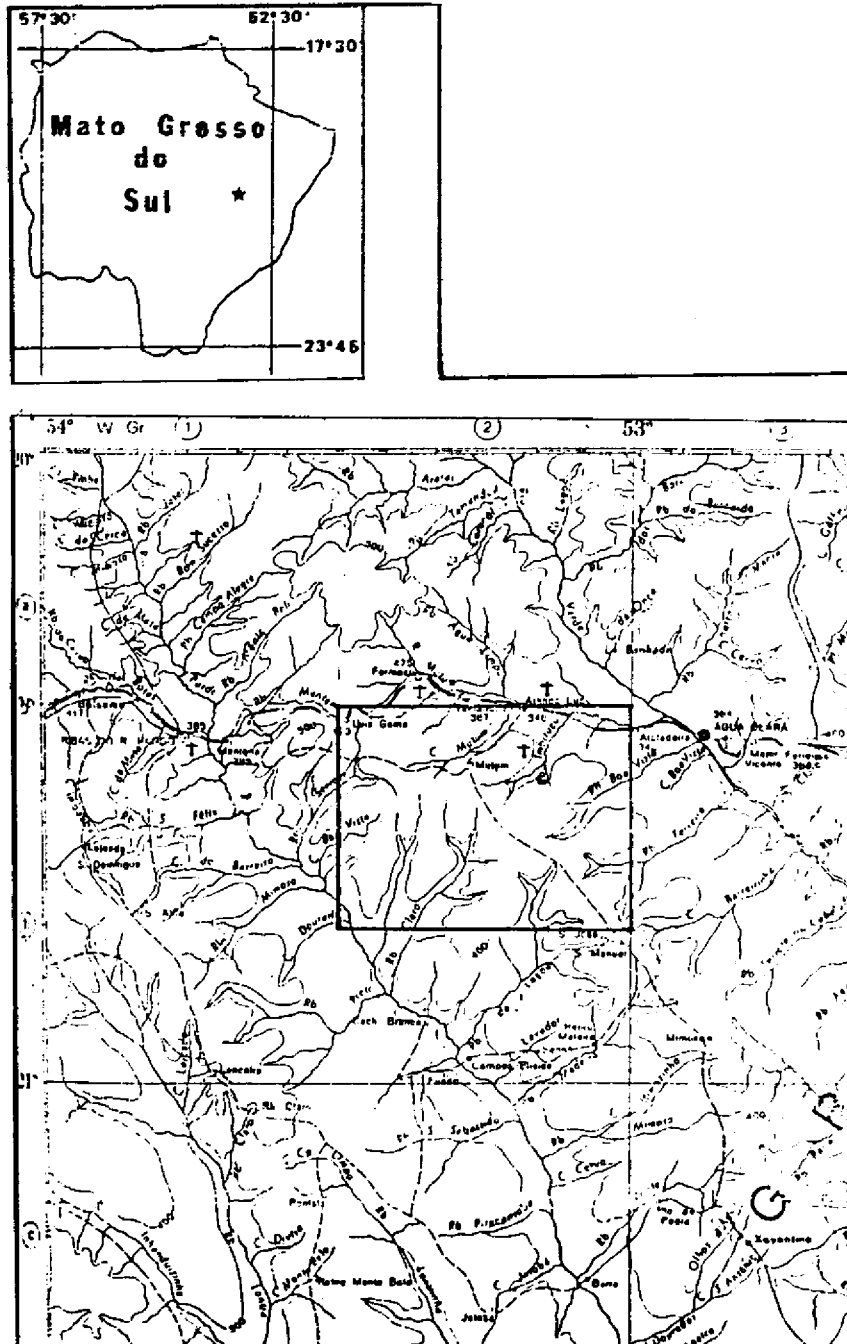


Fig. 5.1 - Localização da área de estudo "ITAPEVA" no Estado do Mato Grosso do Sul.

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 88.



TABELA 5.1 - VALORES DE REFLECTÂNCIA DOS COMPONENTES PARA  
ÁREA DE ESTUDO "ITAPEVA" - DADOS LANDSAT TM

Canais	Eucalyptus	Solo	Sombra
1	0,095	0,107	0,000
2	0,066	0,085	0,001
3	0,050	0,101	0,001
4	0,301	0,155	0,000
5	0,100	0,226	0,001
7	0,020	0,100	0,001

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 113.

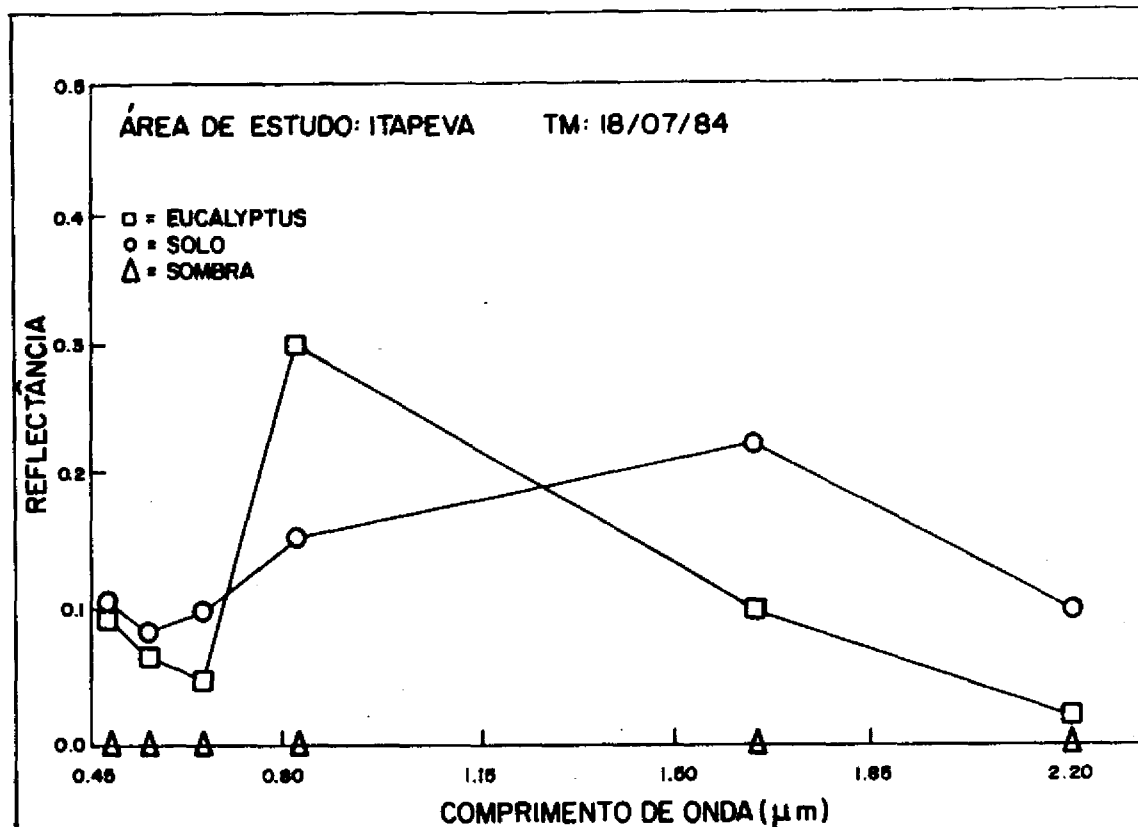


Fig. 5.2 - Curvas de reflectância dos componentes referente à área de estudo "ITAPEVA".

FONTE: Shimabukuro (1987), p. 113.

Os números digitais dos dados Landsat TM foram convertidos para valores de reflectância aparente de acordo com o procedimento descrito no Apêndice E. As bandas originais, cujos dados foram transformados para valores de reflectância, são denominadas 1r, 2r, 3r, 4r, 5r e 7r (Figura 5.3).

As bandas sintéticas derivadas das proporções dos componentes nos pixels foram geradas pelos dois métodos descritos no Capítulo 4. A Figura 5.4 mostra as bandas sintéticas derivadas das proporções de eucalyptus (BANDA DE VEGETAÇÃO), de solo (BANDA DE SOLO) e de sombra (BANDA DE

SOMBRA) geradas pelo método dos Mínimos Quadrados com Restrições (MQR). A figura 5.5 apresenta as bandas sintéticas geradas pelo método dos Mínimos Quadrados Ponderado (MQP). Nota-se, na figura 5.5, a ocorrência de listras horizontais. Estas listras são reflexo de padrões existentes na imagem original e que foram ressaltadas pela aplicação deste estimador.

De acordo com o que foi constatado por Shimabukuro (1987), para esta área, as bandas geradas pelos dois métodos apresentam resultados qualitativamente condizentes com a verdade de campo disponível e, de forma geral, similares. A análise dos parâmetros estatísticos das bandas geradas por ambos os métodos confirma esta similaridade (Tabela 5.2). As diferenças observadas se devem, provavelmente, às diferentes maneiras de tratar as violações das restrições em cada um dos métodos. O MQR mostrou-se, mais rápido do que o MQP, conforme pode ser observado na Tabela 5.3, que apresenta as relações entre tempo computacional e o equipamento utilizado para este experimento.

O MQR, nos pontos nos quais são violadas as restrições, é um método não linear. Logo, espera-se que novas informações sejam fornecidas ao classificador de Máxima Verossimilhança, principalmente se considerado o primeiro enfoque de análise do classificador adotado nesta dissertação, cujo objetivo é utilizar atributos substitutos dos atributos originais. Desta forma, se utilizadas bandas que são combinação linear das originais, não se pode esperar melhoria no desempenho do classificador. Baseado nestes argumentos, decidiu-se prosseguir os experimentos a partir das bandas sintéticas geradas pelo MQR.

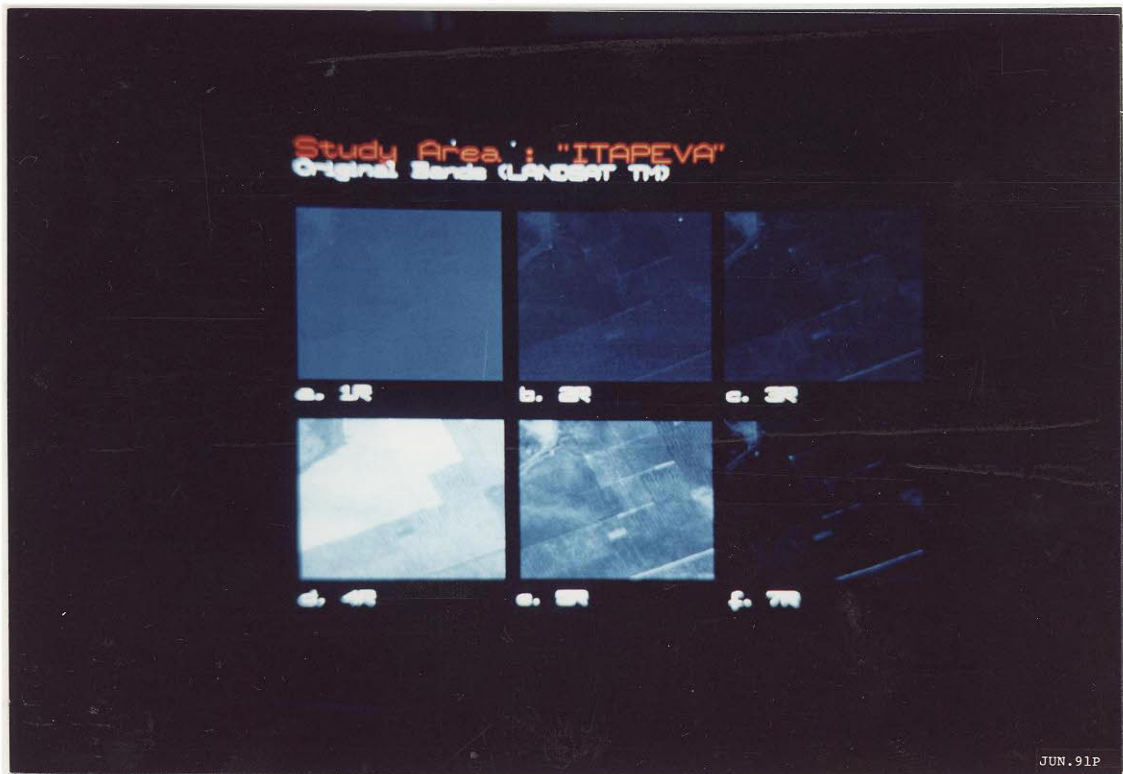


Fig. 5.3 - Imagem Landsat TM (valores convertidos para reflectância aparente) da área de estudo "ITAPEVA": (a) 1r; b) 2r; c) 3r; d) 4r; e) 5r; f) 7r.

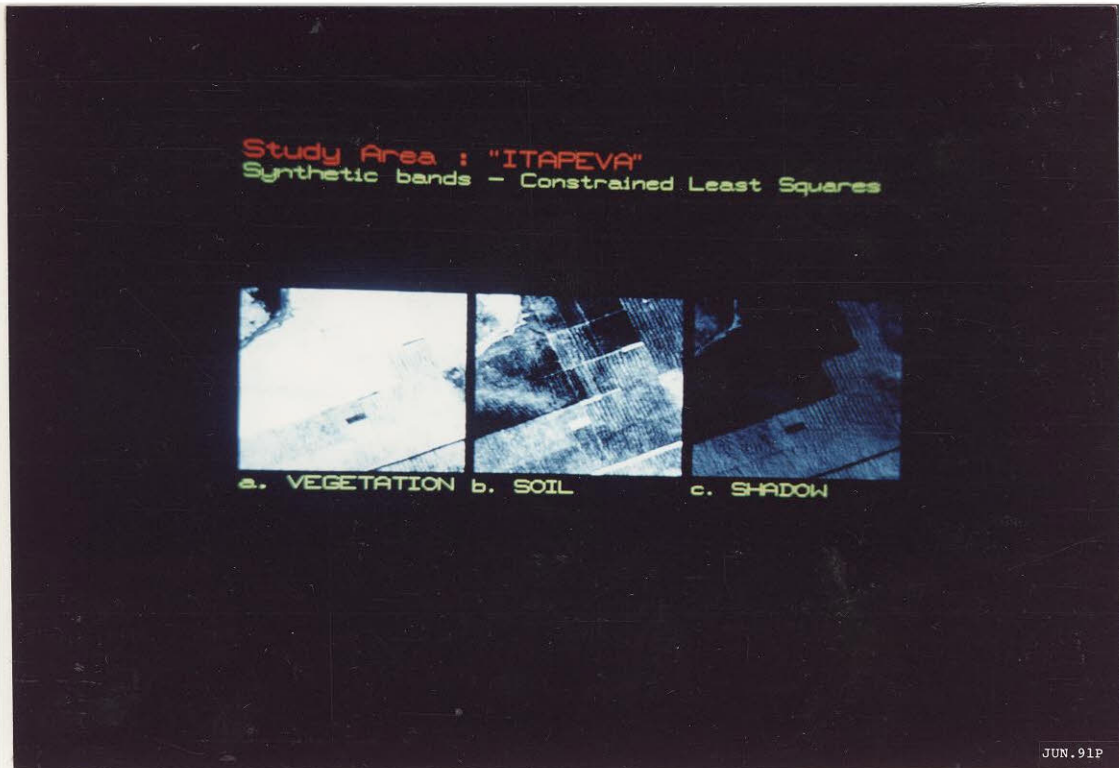


Fig. 5.4 - Bandas sintéticas geradas pelo MQR para o experimento "ITAPEVA": a) BANDA DE VEGETAÇÃO; b) BANDA DE SOLO; c) BANDA DE SOMBRA.

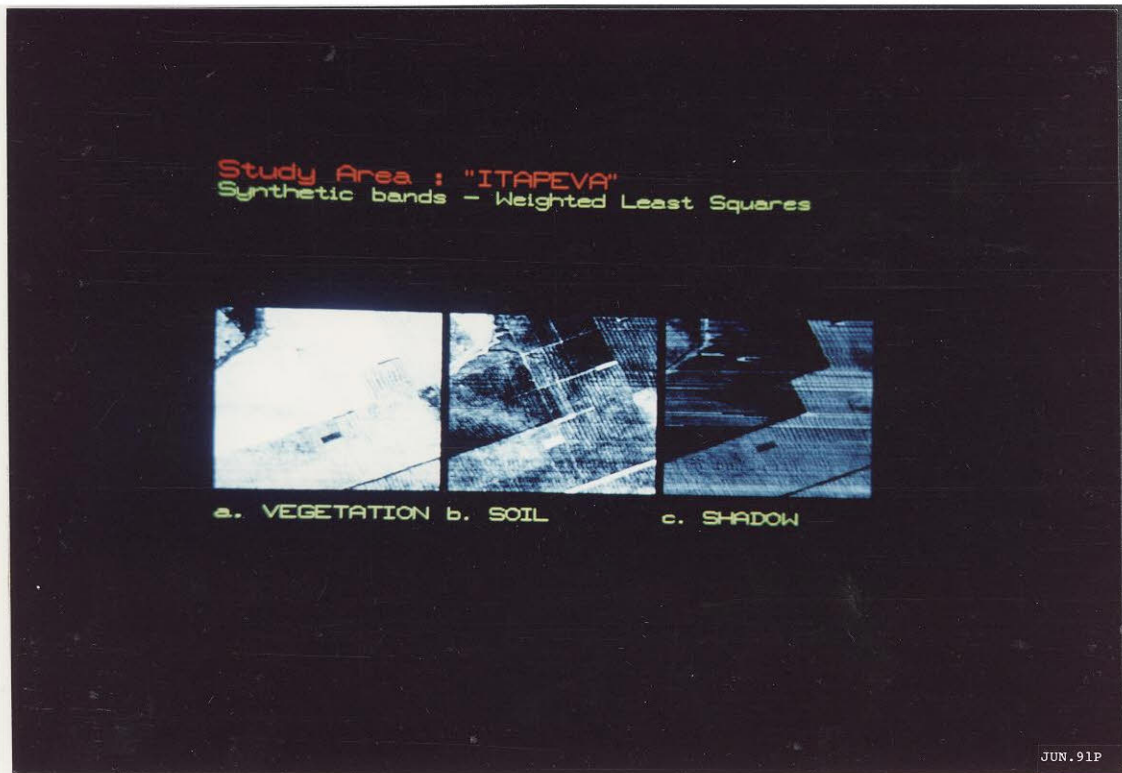


Fig. 5.5 - Bandas sintéticas geradas pelo MQP para o experimento "ITAPEVA": a) BANDA DE VEGETAÇÃO; b) BANDA DE SOLO; c) BANDA DE SOMBRA.

**TABELA 5.2 - COMPARAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DAS BANDAS SINTÉTICAS GERADAS PELO MQR E MQP (NC = NÍVEL DE CINZA)**

	MQR	MQP
<b>a) BANDA DE VEGETAÇÃO</b>		
Média:	153,39	153,05
Menor NC:	0	0
Maior NC:	255	254
NC + populoso:	161	161
<b>b) BANDA DE SOLO</b>		
Média:	61,21	61,21
Menor NC:	0	0
Maior NC:	255	254
NC + populoso:	0	47
<b>c) BANDA DE SOMBRA</b>		
Média:	27,76	39,25
Menor NC:	0	0
Maior NC:	88	126
NC + populoso:	0	1
<b>MATRIZES DE COVARIÂNCIA</b>		
MQR	MQP	
2561,48	2521,80	
-2014,64    1851,68	-1877,46	1788,56
- 542,95    161,83    379,19	- 643,12	88,20    554,45

**TABELA 5.3 - TEMPO COMPUTACIONAL DOS MÉTODOS MQR E MQP PARA O EXPERIMENTO "ITAPEVA" (3 COMPONENTES E 6 BANDAS)**

MÉTODO	DIMENSÃO	TEMPO	EQUIPAMENTO	OBSERVAÇÕES
MQR	161x161	3 min e 17 seg	PC 286 - ITAUTEC	Gerando imagem de erro
MQP	161x161	10 min e 43 seg	PC 286 - ITAUTEC	Gerando imagem de erro

A maneira indireta de verificar o desempenho do estimador é a análise das assinaturas espectrais dos componentes primários. Esta análise foi realizada através da porcentagem de pixels da imagem para os quais as restrições foram violadas, isto é, pixels não representados pela mistura dos componentes, que para esta cena foram 12%, e através da Imagem de Erro, cujas bandas são denominadas 1e, 2e, 3e, 4e, 5e e 7e, calculadas a partir das bandas sintéticas resultantes da aplicação do MQR. A Figura 5.6 apresenta a Imagem de Erro (com "offset" igual a 100 para facilitar a visualização) e a Tabela 5.4 mostra os parâmetros estatísticos desta imagem.

As bandas 1e, 2e, e 3e apresentam pequenos valores de níveis de cinza (NC), no geral até 5 NC. Nas bandas 4e, 5e e 7e os valores são mais altos (até 20 NC) nos carreadores internos. Uma possível explicação para este fato é que o tipo de solo encontrado nos carreadores difere do tipo de solo utilizado como componente primário. Mas, de forma geral, pode-se concluir que a mistura dos componentes primários descreve de forma adequada as classes contidas na cena.

A Figura 5.7 apresenta a comparação entre as composições coloridas das bandas sintéticas e das bandas originais. Visualmente, percebe-se que a composição colorida das bandas sintéticas apresenta uma melhor discriminação entre as classes (como será observado posteriormente, a distância euclidiana entre as médias das classes é maior). Neste caso, percebe-se mais claramente a existência de duas áreas distintas de plantios de eucalyptus (cabe observar que ocorreu um problema de saturação na fotografia, devido à grande diferença de intensidade entre os quadros a e b, de modo que a composição colorida das bandas sintéticas não está bem representada).





Fig. 5.6 - Imagem de Erro para o experimento "ITAPEVA", a partir das bandas sintéticas geradas pelo MQR: a) 1e; b) 2e; c) 3e; d) 4e; e) 5e; f) 7e.

TABELA 5.4 - PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DA IMAGEM DE ERRO PARA O EXPERIMENTO "ITAVEVA", A PARTIR DAS BANDAS SINTÉTICAS GERADAS PELO MQR (NC = NÍVEL DE CINZA)

	1e	2e	3e	4e	5e	7e
MÉDIA	2,63	2,14	1,59	0,77	1,26	1,71
MENOR NC	0	0	0	0	0	0
MAIOR NC	9	40	10	24	15	21
NC+POPULOSO	1	1	1	1	1	1



Fig. 5.7 - Comparação entre composições coloridas (R/G/B) para o experimento "ITAVEVA": a) Bandas sintéticas (SOLO/VEGETAÇÃO/SOMBRA) geradas pelo MQR; b) Bandas originais (5r/4r/3r).

Segundo Shimabukuro (1987), esta diferença se deve a variações na idade dos eucalyptus. Analisando a Banda de SOMBRA (Figura 5.4.c) nota-se que uma destas áreas apresenta uma maior proporção de sombra (mais clara), portanto menos uniforme e, conclui-se, de idade mais avançada. Com base neste resultado, as classes escolhidas para análise do processo de classificação por Máxima Verossimilhança são:

E. novo : reflorestamento com o gênero Eucalyptus, com idade entre 8 meses e 2 anos;

E. velho : reflorestamento com o gênero Eucalyptus, com idade superior a 2 anos;

Solo : inclui solo exposto, carreadores e reflorestamento cortado.

Estas classes podem ser discriminadas em função das diferenças entre as proporções dos componentes primários, que indicam características estruturais de cada classe. Um modo de ilustrar como as classes são compostas pelos componentes primários, proposto por Adams (1990), é o denominado triângulo de proporções (Figura 5.8).

Como pode ser observado nesta figura, na classe E. novo, os pixels apresentam uma maior proporção de VEGETAÇÃO. Já na classe E. velho, menos uniforme do que a classe E. novo devido à idade, percebe-se uma maior influência dos componentes SOLO e SOMBRA. A classe solo, como era esperado, é formada basicamente pelo componente SOLO.

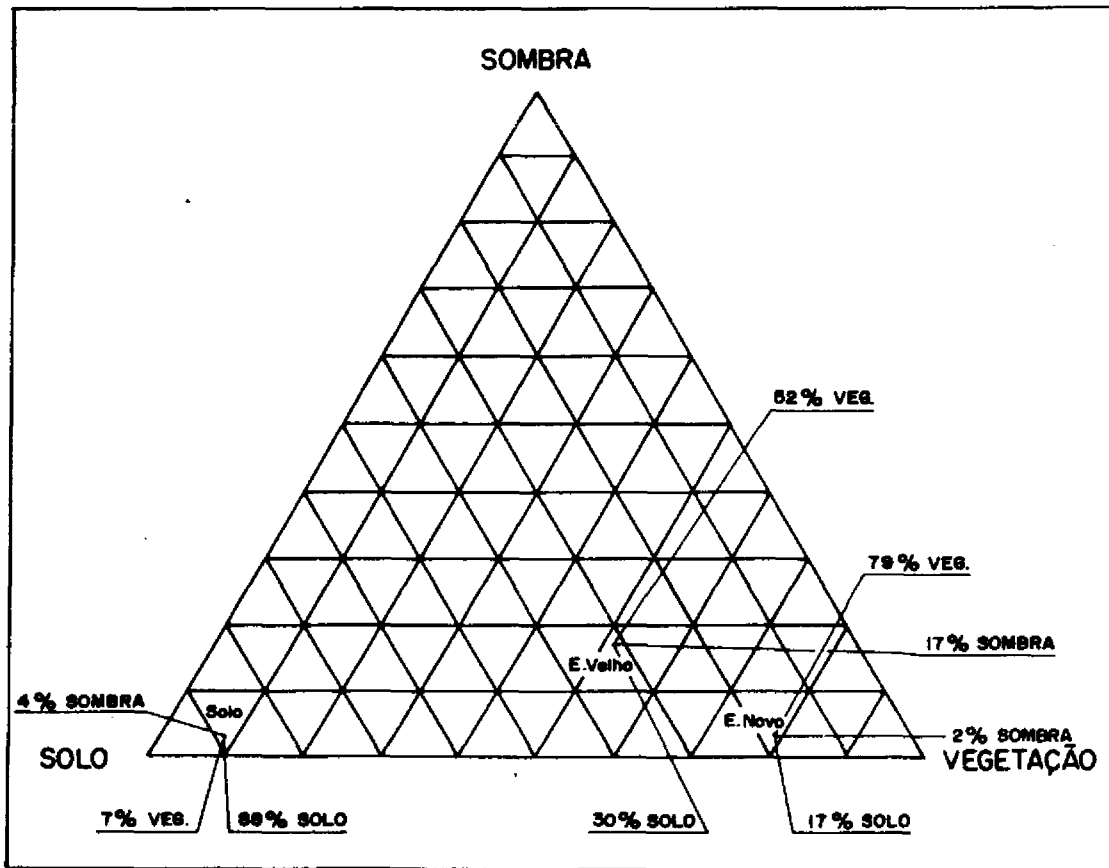


Fig. 5.8 - Triângulo de Proporções para o experimento "ITAPEVA".

### 5.2.3 - ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DAS BANDAS SINTÉTICAS NO PROCESSO DE CLASSIFICAÇÃO

#### 5.2.3.1 - ANÁLISE DOS COMPONENTES PRINCIPAIS

Quando os coeficientes de correlação entre as bandas às quais é aplicada a Transformação dos Componentes Principais são altos, pode-se esperar que uma alta porcentagem da variância dos dados se concentre no primeiro componente principal, pois a presença de correlação entre as bandas indica que há redundância nos dados (Mather, 1987). Após a transformação dos Componentes Principais, os dados são decorrelacionados, podendo ser representados por um número menor de atributos.

No experimento "ITAPEVA", conforme observado na Tabela 5.6, os coeficientes de correlação entre os dados nas bandas sintéticas, especialmente as bandas VEGETAÇÃO e SOLO, e as bandas originais (caso b) são, no geral, maiores do que os coeficientes de correlação entre os dados nas bandas originais (caso a). No caso c; observa-se um elevado valor de correlação entre os dados nas bandas VEGETAÇÃO e SOLO. Isto explica os resultados obtidos pela análise dos Componentes Principais (Tabela 5.5). Nos casos b e c, os primeiros componentes principais apresentam uma maior porcentagem da variância dos dados, isto é, uma maior compactação em relação ao caso a.

Pode ser observado também, que a variância dos dados nas bandas sintéticas é muito maior do que a variância dos dados nas bandas originais (Tabela 5.7). Quando aplicada a transformação no caso b, a primeira componente resultante se mostra semelhante à banda sintética adicionada, conforme ilustra a Figura 5.9, que apresenta a imagem gerada quando adicionada a banda de VEGETAÇÃO.

**TABELA 5.5 - RESULTADOS DA ANÁLISE DOS COMPONENTES PRINCIPAIS (AUTOVALORES E PORCENTAGENS) PARA O EXPERIMENTO "ITAPEVA"**

BANDAS	W1	W2
<b>Caso a: Bandas originais</b>		
1r,2r,3r,4r,5r,7r	113,39 (70%)	41,08 (25%)
3r,4r,5r	106,53 (76%)	31,83 (22%)
<b>Caso b: Bandas sintéticas adicionadas às originais</b>		
(1r,2r,3r,4r,5r,7r) + VEGETAÇÃO	2674,52 (98%)	41,69 (1%)
(1r,2r,3r,4r,5r,7r) + SOLO	1950,28 (96%)	55,9 (2%)
(1r,2r,3r,4r,5r,7r) + SOMBRA	451,30 (83%)	81,48 (15%)
(1r,2r,3r,4r,5r,7r) + (VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA)	4430,62 (89%)	514,34 (10%)
<b>Caso c: Bandas sintéticas</b>		
VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA	4320,90 (90%)	470,53 (9%)

TABELA 5.6 - COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO ENTRE AS BANDAS ORIGINALIS E SINTÉTICAS PARA O EXPERIMENTO "ITAPEVA"

	3r	4r	5r	7r	VEGETAÇÃO	SOLO	SOMBRA
3r	1,0						
4r	-0,55	1,0					
5r	0,67	-0,28	1,0				
7r	0,75	-0,44	0,87	1,0			
VEGETAÇÃO	-0,72	0,94	-0,58	-0,70	1,0		
SOLO	0,81	-0,75	0,84	0,88	-0,93	1,0	
SOMBRA	0,08	-0,80	-0,34	-0,13	-0,55	0,15	1,0

TABELA 5.7 - VARIÂNCIA DOS DADOS NAS BANDAS ORIGINALIS E SINTÉTICAS PARA O EXPERIMENTO "ITAPEVA"

3r	4r	5r	7r	VEGETAÇÃO	SOLO	SOMBRA
3,74	101,16	34,86	17,94	2561,48	1851,68	379,19



Fig. 5.9 - Comparação entre (a) o primeiro Componente Principal gerado a partir das bandas (1r,2r,3r,4r,5r,7r) + VEGETAÇÃO e (b) a Banda de VEGETAÇÃO para o experimento "ITAPEVA".



### 5.2.3.2 -ANÁLISE CANÔNICA

A Tabela 5.8 apresenta os resultados obtidos pelo procedimento de Análise Canônica. No experimento "ITA-PEVA", o número de autovalores calculados cujos valores são diferentes de zero é dois: o número de classes menos um. Isto significa que, se aplicada a transformação, o espaço de atributos se tornará um espaço bi-dimensional.

Neste experimento, os autovalores calculados, que representam as razões entre a variância entre classes e a média das variâncias dentro das classes nos dois novos eixos gerados, não apresentam alteração significativa nos casos b e c quando comparados ao caso a.

**TABELA 5.8 - RESULTADOS DA ANÁLISE CANÔNICA (AUTOVALORES NÃO NULOS) PARA O EXPERIMENTO "ITAPEVA"**

BANDAS	$\lambda 1$	$\lambda 2$
<b>Caso a: Bandas originais</b>		
(1r/2r/3r/4r/5r/7r)	7,92	3,14
(3r,4r,5r,7r)	7,54	3,32
<b>Caso b: Bandas sintéticas adicionadas às originais</b>		
(3r,4r,5r,7r)+(VEGETAÇÃO, SOLO,SOMBRA)	7,74	3,84
(3r,4r,5r,7r)+VEGETAÇÃO	7,76	3,37
(3r,4r,5r,7r) + SOLO	7,65	3,75
(3r,4r,5r,7r) + SOMBRA	7,54	3,71
<b>Caso c: Bandas sintéticas</b>		
VEGETAÇÃO,SOLO,SOMBRA	7,15	2,80

### 5.2.3.3 - MEDIDA DE SEPARABILIDADE ESTATÍSTICA DISTÂNCIA J-M

O estudo da separabilidade estatística das classes através da medida Distância J-M, foi efetuado de forma que o programa selecionasse, para cada conjunto de atributos, a melhor combinação de três atributos. Então, as distâncias J-M obtidas para todas as triplas selecionadas nos casos a, b e c foram comparadas. Os resultados obtidos estão na Tabela 5.9.

Como pode ser observado, a separabilidade entre as classes não sofre alteração significativa nos casos b e c em relação ao caso a. Isto ocorre porque as distâncias euclidianas entre as médias das classes nas bandas sintéticas são consideravelmente maiores do que nas bandas originais (Tabela 5.9), mas, em contrapartida, as variâncias das classes nas bandas sintéticas também são sensivelmente maiores (Tabela 5.10).

Analisando a Tabela (5.11) percebe-se que a maior separabilidade foi obtida quando adicionadas as bandas sintéticas às originais (caso b). Quando comparadas as separabilidades nas três bandas sintéticas e nas três originais percebe-se que a distância J-M média é maior entre as originais; no entanto, estas diferenças são, como anteriormente observado, pouco significativas (principalmente no caso b).

TABELA 5.9 - DISTÂNCIA EUCLIDIANA ENTRE AS MÉDIAS DAS CLASSES NAS BANDAS SINTÉTICAS E ORIGINAIS PARA O EXPERIMENTO "ITAPEVA"

caso a: Bandas originais (1r, 2r, 3r, 4r, 5r, 7r)			caso c: Bandas sintéticas (VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA)	
	E.novo	E.velho	E.novo	E.velho
E.velho	40,966628		130,81492	
Solo	6,6317	45,453035	93,1408	160,58711

TABELA 5.10 - VARIÂNCIA DAS CLASSES NAS BANDAS ORIGINAIS E SINTÉTICAS PARA O EXPERIMENTO "ITAPEVA".

BANDAS CLASSES	1r	2r	3r	4r	5r	7r	VEGETAÇÃO	SOLO	SOMBRA
E. novo	0,48	0,95	1,49	33,16	16,45	6,51	1113,74	883,82	49,86
E. velho	0,43	0,90	1,43	23,55	21,35	8,4	877,641	883,58	100,45
Solo	0,86	2,17	5,81	6,90	35,10	20,43	481,46	1004,871	123,11

**TABELA 5.11 - RESULTADOS DA DISTÂNCIA J-M**  
**MÉDIA PARA O EXPERIMENTO "ITAPEVA" (S = solo; E.N. -**  
**E.novo; E.V. = E.velho)**

BANDAS	BANDAS SELECIONADAS	CLASSES COM MÍN. DIST.	J-M MÉDIA
<b>Caso a: Bandas originais</b>			
1r,2r,3r,4r,5r,7r	3r,4r,5r	s.-e.v.	1,39027
<b>Caso b: Bandas sintéticas adicionadas às originais</b>			
(3r,4r,5r,7r) + SOLO E SOMBRA	3r, VEGETAÇÃO, SOMBRA	e.v.-e.n.	1,394215
(3r,4r,5r,7r)+ VEGETAÇÃO	3r, 5r, VEGETAÇÃO	e.s.-e.v.	1,39165
(3r,4r,5r,7r)+ SOLO	3r, 4r, SOLO	e.v.-e.n.	1,393009
(3r,4r,5r,7r) + SOMBRA	3r, 5r, SOMBRA	e.v.-e.n.	1,391135
<b>Caso c: Bandas sintéticas</b>			
7r + (VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA)	VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA		1,378616

5.2.3.4 - ESTIMATIVA DO DESEMPENHO DO CLASSIFICADOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA E ANÁLISE QUALITATIVA DAS IMAGENS TEMÁTICAS

O estudo da Distância J-M, nos casos a, b e c, foi tomado como base para a escolha dos conjuntos de atributos a serem classificados pelo procedimento de Máxima Verossimilhança. Desta forma, a classificação foi feita utilizando os seguintes conjuntos de atributos:

caso a: - 3r, 4r, 5r

caso b: - 3r, 5r, VEGETAÇÃO (b.1)

- 3r, 4r, SOLO (b.2)

- 3r, 4r, SOMBRA (b.3)

- 3r. VEGETAÇÃO, SOMBRA (b.4)

caso c: - VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA

As tabelas 5.12 a 5.17 apresentam as matrizes de classificação obtidas para estes conjuntos e a Figura 5.10 apresenta as imagens temáticas resultantes.

TABELA 5.12 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"ITAPEVA" (PRIMEIRO ENFOQUE)  
Caso a: 3r, 4r, 5r

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	5,3	94,3	0,3	0,0
- E.velho	3,0	0,3	96,3	0,3
- Solo	5,6	0	2,2	92,2
Desempenho Médio:		94,24		
Abstenção Médio:		4,67		
Confusão Média:		1,09		

TABELA 5.13 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"ITAPEVA" (PRIMEIRO ENFOQUE)  
Caso b.1 : 3r, 5r, VEGETAÇÃO

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	5,0	94,7	0,3	0,0
- E.velho	2,7	0,7	96,0	0,7
- Solo	3,6	0,0	2,4	94,0
Desempenho Médio:		94,93		
Abstenção Média:		3,77		
Confusão Média:		1,30		

TABELA 5.14 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"ITAPEVA" (PRIMEIRO ENFOQUE)  
Caso b.2 : 3r, 4r, SOLO

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	5,3	94,7	0,0	0,0
- E.velho	2,3	0,3	97,0	0,3
- Solo	7,3	0,0	1,6	51,1
Desempenho Médio:		94,46		
Abstenção Média:		4,83		
Confusão Média:		0,71		

TABELA 5.15 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"ITAPEVA" (PRIMEIRO ENFOQUE)  
Caso b.3 : 3r, 4r, SOMBRA

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	4,3	95,3	0,3	0,0
- E.velho	2,3	0,7	96,7	0,3
- Solo	7,3	0,0	1,2	91,5
Desempenho Médio:		94,69		
Abstenção Média:		4,48		
Confusão Média:		0,83		



TABELA 5.16 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"ITAPEVA" (PRIMEIRO ENFOQUE)  
Caso b.4 : 3r, VEGETAÇÃO, SOMBRA

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	5,0	94,7	0,3	0,0
- E.velho	2,7	0,7	96,7	0,3
- Solo	4,8	0,0	1,2	94,0
Desempenho Médio:		95,17		
Abstenção Média:		4,13		
Confusão Média:		0,71		

TABELA 5.17 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"ITAPEVA" (PRIMEIRO ENFOQUE)  
Caso c: VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	2,5	95,6	1,9	0,0
- E.velho	1,0	0,3	97,0	1,3
- Solo	1,0	0,0	1,7	97,3
Desempenho Médio:		96,74		
Abstenção Média:		1,52		
Confusão Média:		1,74		

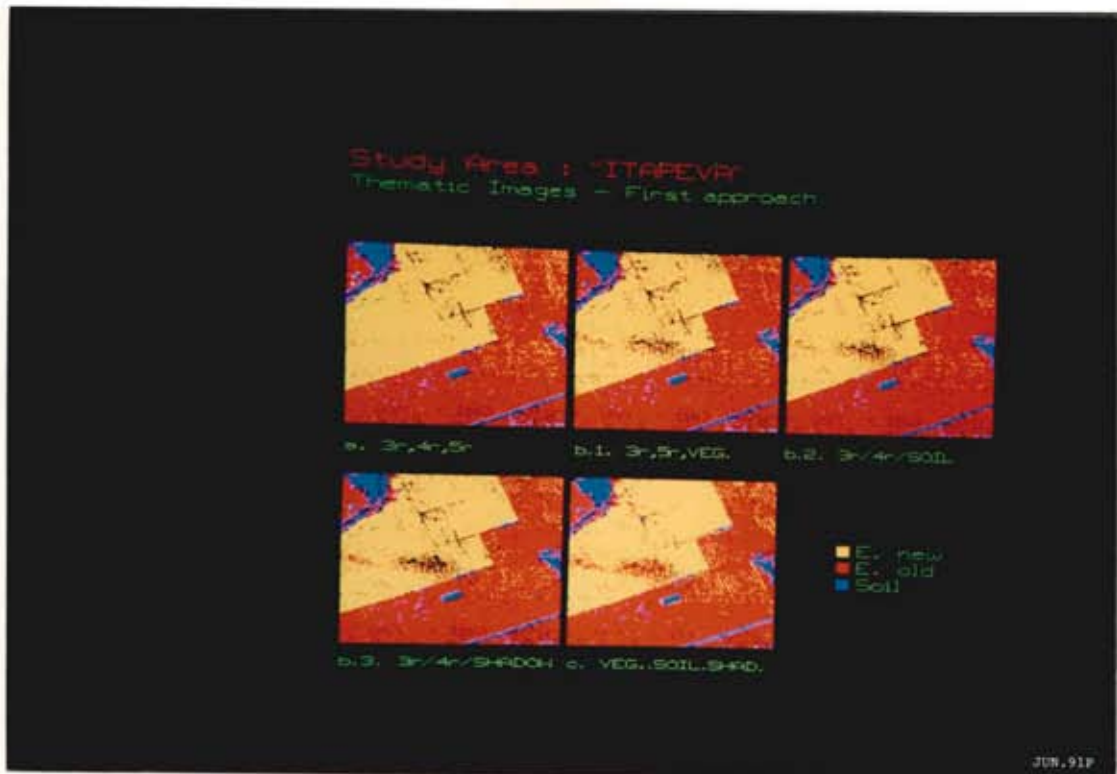


Fig. 5.10 - Imagens temáticas resultantes da Classificação (primeiro enfoque) no experimento "ITAPEVA": a) 3r, 4r, 5r; b.1) 3r, 5r, VEGETAÇÃO ; b.2) 3r, 4r, SOLO; b.3) 3r, 4r, SOMBRA; c) VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA.

O desempenho médio estimado em todos os casos estudados é muito bom, sempre superior a 94%. Este desempenho foi estimado sobre as amostras de treinamento, sendo, portanto, otimista.

O melhor resultado, em termos de desempenho médio, ocorreu no caso c, isto é, quando classificadas somente as bandas sintéticas. O caso b apresenta valores intermediários de desempenho médio entre os casos a e c. Nota-se, porém, que a variação entre os valores de desempenho médio estimados é muito pequena. Este resultado é condizente, qualitativamente com o obtido pela Distância

J-M, no que se refere à variação pouco significativa observada na separabilidade das classes entre os três casos. No entanto, embora as variações sejam pequenas, nota-se um decréscimo na Distância J-M entre as classes no caso c em relação aos casos a e b, o que é contrário aos valores de desempenho médio obtidos. Mas, para valores tão altos de desempenho médio e que apresentam variações tão pequenas, não se pode concluir em qual dos casos os resultados de classificação obtidos são melhores, se analisado somente este parâmetro.

Um melhor parâmetro para avaliar a utilização das bandas sintéticas é a abstenção média estimada, que apresenta uma pequena diminuição no caso c em relação aos casos a e b. Embora seja uma diferença pequena, analisando a imagem temática correspondente ao caso c, percebe-se claramente a diminuição do número de pontos não classificados.

A maior concentração destes pontos não classificados ocorre em uma área localizada na região onde estão plantados os eucalyptus com idade entre zero e dois anos (classe E.novo). Conforme pode ser observado na Figura 5.4, estes pontos apresentam proporções dos componentes VEGETAÇÃO, SOLO e SOMBRA similares às proporções encontradas na região onde estão plantados eucalyptus com idade maior do que dois anos (classe E.velho). Esta característica estrutural não é captada pelas bandas originais (Figura 5.3), de modo que, no caso a, a tendência é não classificar os pontos desta região como uma das classes de interesse.

A razão da diferença estrutural constatada no interior dos plantios da classe E.novo está fora do escopo desta dissertação; porém um analista especializado em áreas florestais poderia realizar um estudo mais aprofundado, no qual contaria com as informações adicionais sobre a estrutura do dossel fornecidas pelas proporções dos compo-

nentes primários.

Considerando a classe solo, somente no caso c, os carreadores internos foram corretamente classificados. É interessante notar que, conforme descrito na seção 5.2.2, estes carreadores apresentaram os maiores níveis de erro de estimação neste experimento, isto é, nestes pontos as restrições foram violadas (logo as proporções estimadas não são combinação linear das bandas originais) e que, somente neste caso, os carreadores foram corretamente classificados.

Quanto ao caso b, percebe-se que, visualmente, as imagens temáticas apresentam os piores resultados. Era esperado que, pelo fato do MQR ser um método não linear quando as restrições são violadas, novas informações fossem acrescentadas que, de alguma forma, contribuíssem para um melhor desempenho do classificador. No entanto, isto não ocorre neste experimento. Na classe solo, por exemplo, nos carreadores, sabe-se que as restrições foram violadas; porém, o resultado obtido é similar ao caso a. Além disso, o número de pontos não classificados em toda a imagem é consideravelmente maior do que nos casos a e c. Como observado anteriormente (Tabela 5.7), as classes nas bandas sintéticas apresentam altíssima variância e ocorre que, quando adicionadas às originais, aumentam muito o nível de detalhe e misturam informações conceitualmente diferentes.

#### 5.2.4 - MODELO DE MISTURA COMPARADO AOS MÉTODOS CONVENCIONAIS DE REDUÇÃO DA DIMENSÃO DO ESPAÇO DE ATRIBUTOS

A comparação entre as matrizes de classificação resultantes da classificação por Máxima Verossimilhança quando utilizadas as bandas geradas pelos métodos convencionais de extração de atributos (transformação de Componentes Principais, Análise Canônica e seleção de atributos por Distância J-M) e pelo Modelo de Mistura são apresentadas nas Tabelas 5.18 a 5.21. A Figura 5.11 apresenta as imagens temáticas resultantes.

Em termos de desempenho médio, os melhores resultados foram obtidos pelo procedimento de Análise Canônica e pelo Modelo de Mistura. Porém, deve ser considerado que todos os resultados apresentaram alto valor de desempenho médio estimado (sempre superior a 94%) e pequenas variações de um caso para outro; estes desempenhos foram estimados sobre as amostras de treinamento sendo, portanto, otimistas. Embora a abstenção média estimada no primeiro seja maior do que no segundo, analisando a imagem temática correspondente se percebe o inverso, isto é, as bandas sintéticas resultantes do procedimento de Análise Canônica, quando classificadas, apresentam um número menor de pixels não classificados; além disso, nota-se também uma menor confusão média entre as classes, que pode ser percebida mais claramente entre as classes E.novo e E.velho. No entanto, conforme observado na seção anterior, a característica estrutural, ressaltada na classificação das bandas de proporções pela confusão entre estas classes, não é perceptível nos outros métodos.

Os resultados obtidos pela classificação das bandas geradas pela Transformação de Componentes Principais e selecionadas por Distância J-M mostram-se inferiores aos dois primeiros, principalmente se analisadas as imagens temáticas que apresentam um número maior de pontos não classificados.

TABELA 5.18 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO "ITAPEVA" (SEGUNDO ENFOQUE), QUANDO UTILIZADOS OS PRIMEIROS COMPONENTES PRINCIPAIS (C1, C2, C3)

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	3,7	96,0	0,3	0,0
- E.velho	2,7	1,0	95,7	0,7
- Solo	5,9	0,0	1,9	92,2
Desempenho Médio:		94,57		
Abstenção Média:		4,13		
Confusão Média:		1,30		

TABELA 5.19 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"ITAPEVA" (SEGUNDO ENFOQUE), QUANDO UTILIZADOS OS EIXOS  
CANÔNICOS (C1, C2)

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	3,3	96,7	0,0	0,0
- E.velho	4,7	0,0	95,0	0,3
- Solo	2,2	0,0	1,3	96,6
Desempenho Médio:		96,09		
Abstenção Média:		3,37		
Confusão Média:		0,54		

TABELA 5.20 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"ITAPEVA" (SEGUNDO ENFOQUE), QUANDO UTILIZADAS AS BANDAS  
SELECIONADAS PELA DISTÂNCIA J-M (3r, 4r, 5r)

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	5,3	94,3	0,3	0,0
- E.velho	3,0	0,3	96,3	0,3
- Solo	5,6	0	2,2	92,2
Desempenho Médio:		94,24		
Abstenção Média:		4,67		
Confusão Média:		1,09		

TABELA 5.21 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"ITAPEVA" (SEGUNDO ENFOQUE), QUANDO UTILIZADAS AS BANDAS  
SINTÉTICAS DERIVADAS DAS PROPORÇÕES DOS COMPONENTES  
PRIMÁRIOS

	NÃO CLASSIFICADO	E.NOVO	E.VELHO	SOLO
- E.novo	2,5	95,6	1,9	0,0
- E.velho	1,0	0,3	97,0	1,3
- Solo	1,0	0,0	1,7	97,3
Desempenho Médio:		96,74		
Abstenção Média:		1,52		
Confusão Média:		1,74		



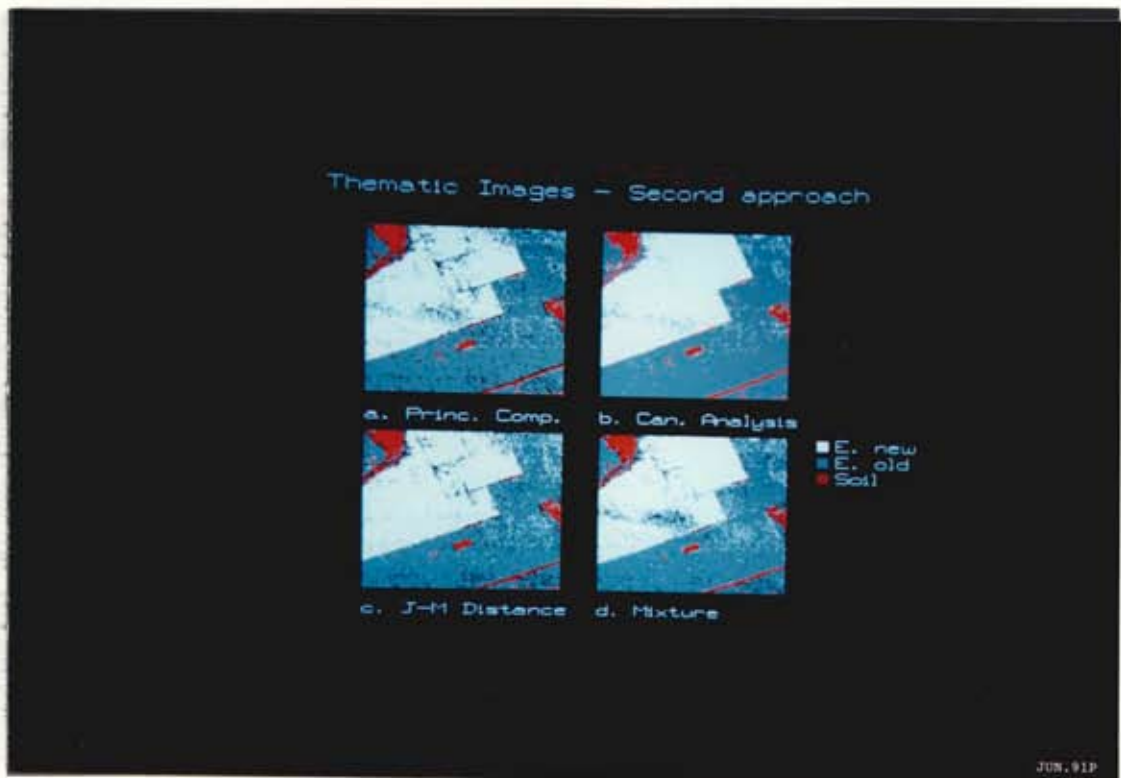


Fig. 5.11 - Imagens temáticas resultantes da classificação (segundo enfoque) para o experimento "ITAPEVA": a) Componentes Principais (C1, C2, C3); b) Análise Canônica (C1, C2); c) Distância J-M (3r, 4r, 5r); d) Modelo de Mistura (VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA)

### 5.3 - EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU"

#### 5.3.1 - DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

Esta área está localizada no Município de Mogi-Guaçu, Estado de São Paulo, entre os meridianos  $47^{\circ} 00'$  e  $47^{\circ} 15'$  de longitude oeste e os paralelos  $22^{\circ} 05'$  e  $22^{\circ} 30'$  de latitude sul, conforme mostra a Figura 5.12. Possui cerca de 4.000 ha reflorestados com os gêneros Pinus, pertencentes ao Instituto Florestal de São Paulo (Fazenda Campininha) e Eucalyptus, da Champion Celulose e Papel (Horto Santa Terezinha) em diferentes idades e densidades de cobertura.

Para o estudo desta área foi utilizada uma imagem Landsat TM de 14 de setembro de 1986, órbita/ponto 220/75, bandas 1,2,3,4,5 e 7.

A verificação dos resultados obtidos baseou-se em um trabalho de classificação nesta área realizado por Hernandez Filho et al. (1988).

#### 5.3.2 - APLICAÇÃO DOS ESTIMADORES DE PROPORÇÕES

O experimento "MOGI-GUAÇU" difere do experimento "ITAPEVA" na escolha dos componentes primários. A área de estudo "ITAPEVA" consiste de plantios de eucalyptus, nos quais foi possível identificar características estruturais através das proporções estimadas dos componentes VEGETAÇÃO, SOLO E SOMBRA em cada pixel.

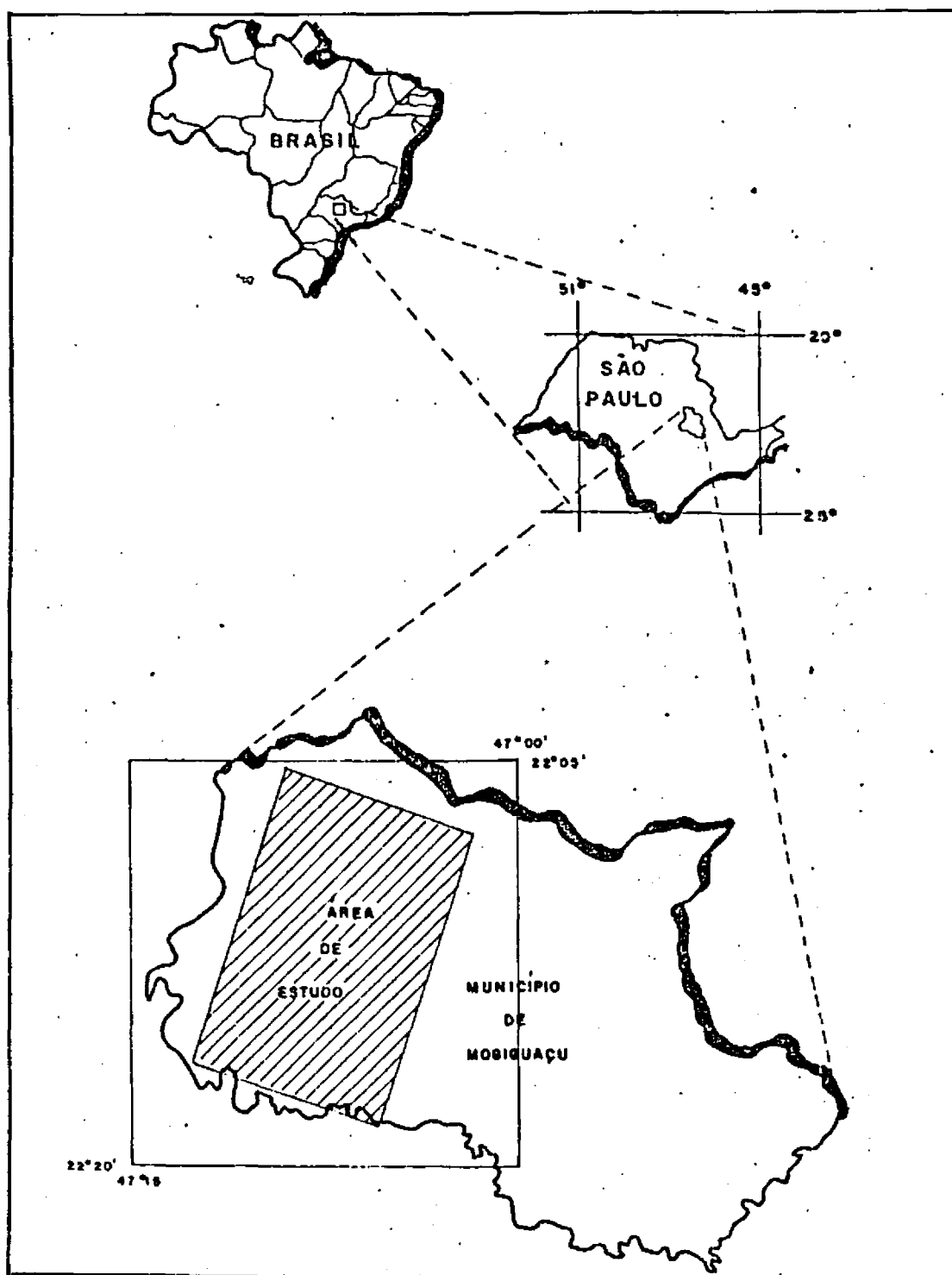


Fig. 5.12 - Localização da área de estudo "MOGI-GUAÇU" no Estado de São Paulo.

FONTE: Hernandez Filho et al. (1988), p. 4.

Neste segundo experimento, os tipos de cobertura do terreno (classes) encontrados são:

PINUS1 : reflorestamento com o gênero Pinus, constituído pelas espécies P.elliottii e P.oocarpa, com idade variando entre 7 e 30 anos;

PINUS2 : reflorestamento com o gênero Pinus, incluindo espécies P.taeda, P.patula, P.caribeeae hondurensis, com idade entre 7 e 30 anos;

EUCA : reflorestamento com o gênero Eucalyptus, composto das espécies E.grandis, E.saligna e E.urophylla com plantios de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> rotação;.

SOLO : inclui solo exposto, reflorestamento cortado e carregadores.

Com a finalidade de ilustrar a distribuição de classes na área de estudo, a figura 5.13 apresenta um mapa resultante de interpretação visual realizada por Hernandez Filho et al. (1988), utilizando dados Landsat TM.

A proposta do experimento "MOGI-GUAÇU" é verificar o resultado obtido pela aplicação dos estimadores de proporção se empregadas as classes acima descritas como componentes primários e, então, analisar o efeito obtido pela utilização das bandas sintéticas resultantes no processo de classificação automática. É importante frisar que, ao contrário do experimento "ITAPEVA", os componentes primários empregados são iguais às classes que se deseja classificar, de modo que as combinações destes componentes não explicam características estruturais dos alvos.

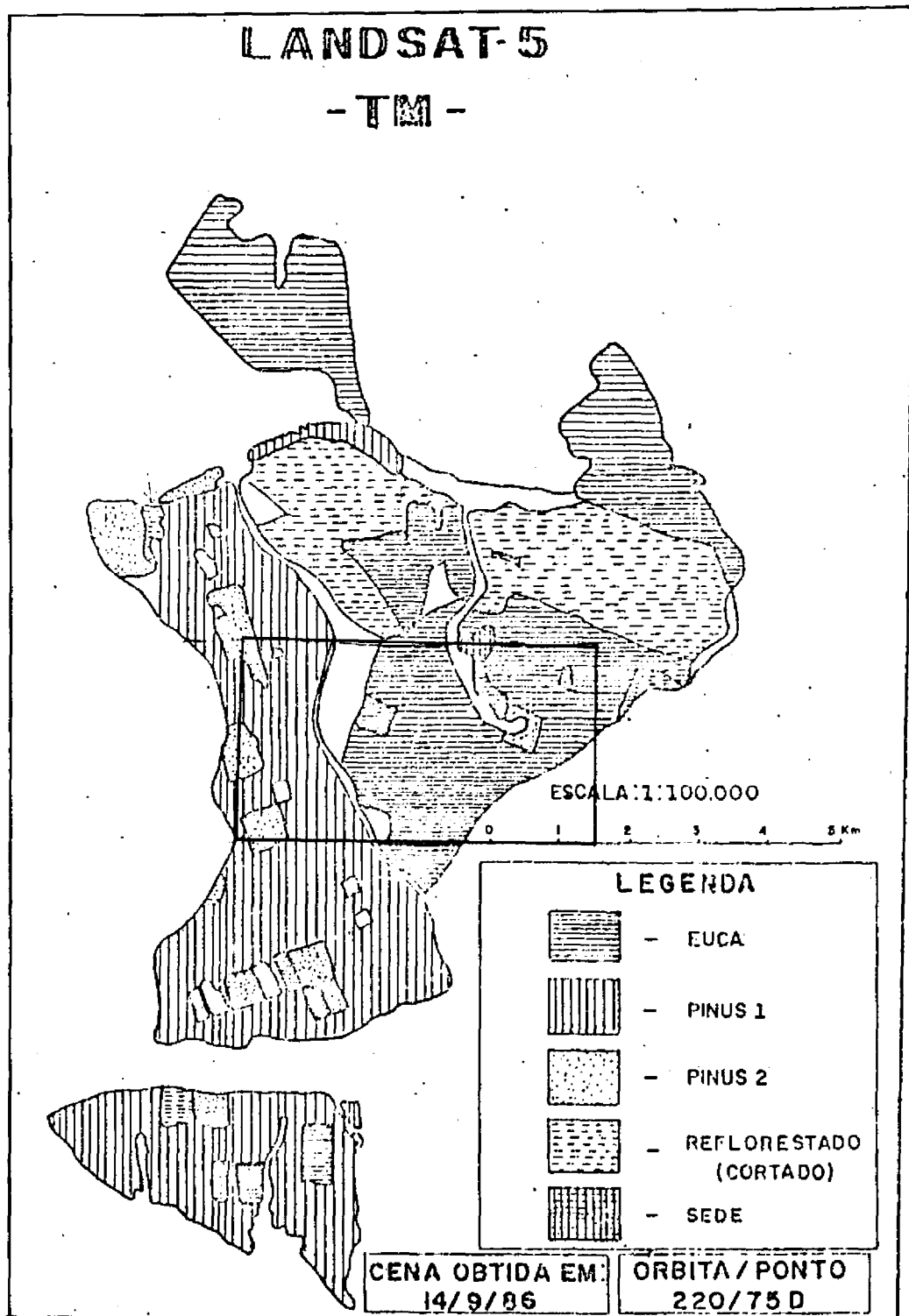


Fig. 5.13 - Distribuição das classes na área de estudo "MOGI-GUAÇU".

FONTE: Hernandez Filho et al. (1988), p. 34.

As assinaturas espectrais dos componentes EUCA, PINUS1 e PINUS2 estão disponíveis em Hernandez Filho et al. (1988); a assinatura espectral do componente SOLO foi extraída da própria imagem, selecionando amostras com base em Hernandez Filho et al. (1988). Os dados Landsat TM foram transformados em reflectância aparente, através do procedimento descrito no Apêndice E. A Tabela 5.22 e a Figura 5.14 mostram os valores e as curvas espectrais de reflectância dos quatro componentes. As bandas de reflectância são denominadas 1r, 2r, 3r, 4r, 5r e 7r (Figura 5.15).

As bandas sintéticas foram geradas pelo Método dos Mínimos Quadrados Ponderado (MQP) para quatro componentes e seis bandas. O tempo computacional, para este experimento, mostrou-se muito alto (Tabela 5.23), portanto foi extraída da imagem uma área teste (113 linhas por 152 colunas) que contivesse as quatro classes de interesse. Além disso, foi utilizado um programa delimitador de regiões que isolasse, da melhor forma possível, áreas compostas apenas pela mistura dos componentes primários, pois os métodos adotados nesta dissertação não prevêm a ocorrência de objetos "alheios", isto é, não representados pelo "simplex" de sinais (seção 2.3.1).

TABELA 5.22 - VALORES DE REFLECTÂNCIA DOS COMPONENTES PARA  
A ÁREA DE ESTUDO "MOGI-GUAÇU" - DADOS TM

BANDAS	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
1	0,0928	0,0909	0,0909	0,1058
2	0,0728	0,0702	0,0698	0,0935
3	0,0596	0,0522	0,05376	0,09546
4	0,2199	0,1654	0,13215	0,16765
5	0,1140	0,06354	0,07309	0,2294
7	0,03429	0,01568	0,020666	0,013259

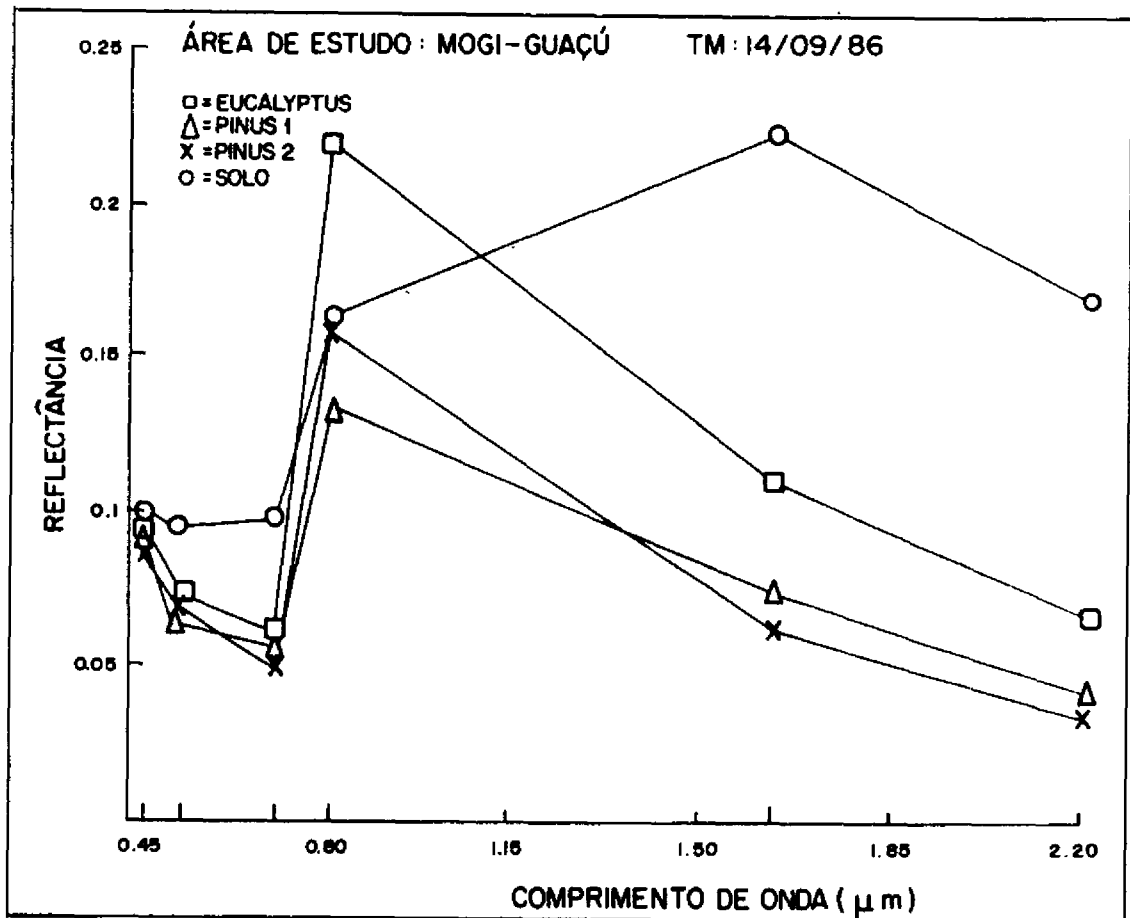


Fig. 5.14 - Curvas de reflectância dos componentes referentes à área de estudo "MOGI-GUAÇU".



Fig. 5.15 - Imagem TM (valores convertidos para reflectância aparente) da área de estudo "MOGI-GUAÇU":  
a) 1r; b) 2r; c) 3r; d) 4r; e) 5r; f) 7r.

TABELA 5.23 - TEMPO COMPUTACIONAL DO MÉTODO MQP PARA O EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU" (4 COMPONENTES E 6 BANDAS)

MÉTODO	DIMENSÃO	TEMPO	EQUIPAMENTO	OBSERVAÇÕES
MQP	113x152	3 h. e 25 min	PC 286 - ITAUTEC	Sem gerar imagem de erro



Cabe notar que o MQP é empregado neste caso pois, dentre os softwares disponíveis, era o que se ajustava ao experimento por não ter limitações quanto ao número de componentes da mistura (o MQR implementado cobre apenas o caso de três componentes). É importante esclarecer também que o MQP é um método linear : quando os valores de proporções estimadas caem fora do intervalo permitido (as proporções devem ser todas positivas e sua soma deve ser um), a matriz de ponderação é apropriadamente incrementada e o processo repetido até que os valores estimados satisfaçam as restrições (seção 4.2). Logo, não se espera que novas informações sejam fornecidas ao classificador de Máxima Verossimilhança pela não linearidade do método, como ocorre no experimento anterior. O objetivo de empregar tal método é analisar o comportamento de bandas sintéticas que foram geradas a partir de conceitos que diferem bastante dos utilizados no experimento "ITAPEVA", principalmente no que se refere à escolha dos componentes primários.

A Figura 5.16 apresenta as bandas sintéticas obtidas e a Figura 5.17 apresenta a comparação entre a composição colorida das bandas 3r, 4r, 5r e a composição colorida das bandas sintéticas EUCA, PINUS1 E SOLO.

Como pode ser observado, as composições coloridas das bandas sintéticas apresentam melhor definição entre as classes de interesse. Como o componente SOMBRA não é considerado neste experimento, não se tem informação sobre a estrutura do dossel a partir da escala sub-pixel, a não ser pela proporção do componente SOLO. Da mesma forma que no experimento anterior, ocorreu um problema de saturação na fotografia que não permitiu a boa representação da composição colorida das bandas sintéticas.

Somente a classe EUCA mostra variações quanto às proporções do componente SOLO (Figura 5.16.d). Percebe-se, por meio destas variações, a existência de áreas distintas de plantios de eucalyptus. Segundo Hernandez Filho et al. (1988), os altos coeficientes de variação encontrados nesta área se devem a uma alta heterogeneidade em espécies e idades de eucalyptus.

As estradas mais largas (carreadores principais) estão bem definidas na BANDA SOLO (Figura 5.16.d). Já os carreadores internos apresentam proporções menores do componente SOLO, provavelmente por serem menores do que o elemento de cena.



Fig. 5.16 - Bandas sintéticas geradas pelo MQP para o experimento "MOGI-GUAÇU": a) Banda EUCA; b) Banda PINUS1; c) Banda PINUS2; d) Banda SOLO.

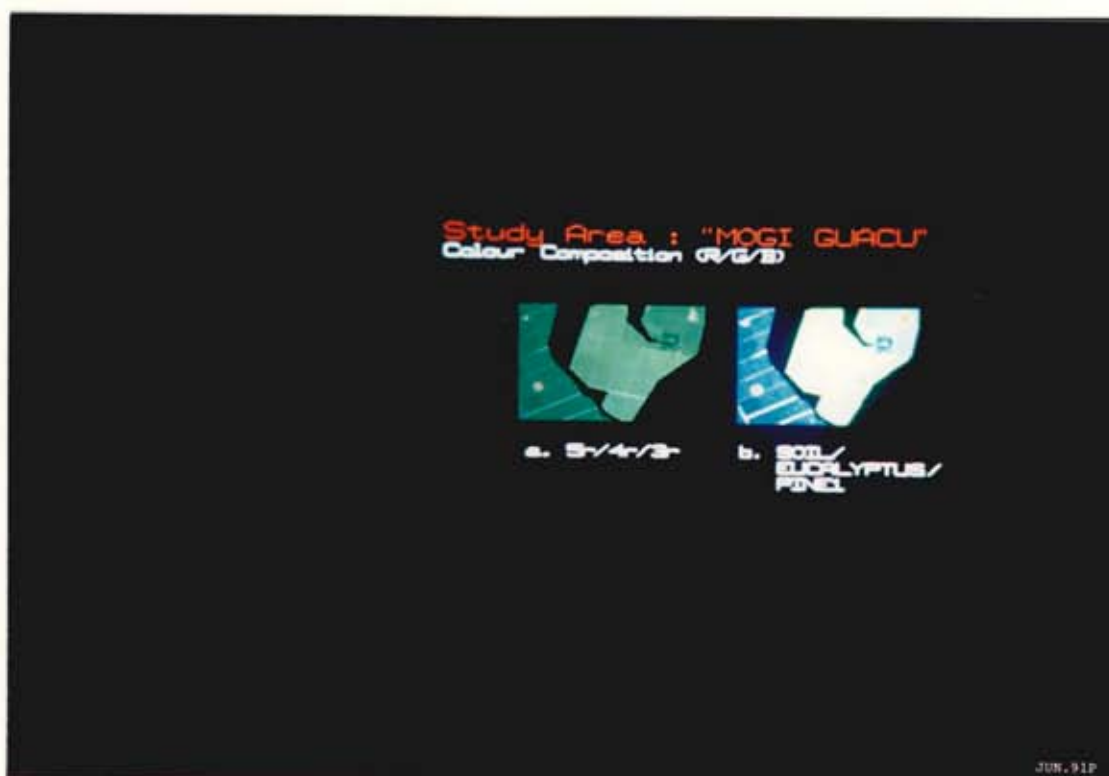


Fig. 5.17 - Comparação entre as composições coloridas (R/G/B): a) Bandas originais (5r, 4r, 3r) e b) Bandas sintéticas (SOLO/EUCA/PINUS1) para o experimento "MOGI-GUAÇU".

Analisando as Figuras 5.16.b e 5.16.c, nota-se que as classes PINUS1 e PINUS2 apresentam proporções significativas na banda correspondente aos componentes PINUS2 e PINUS1, respectivamente. Este fato pode ser explicado pela similaridade das assinaturas espectrais dos dois componentes nas bandas originais (Figura 5.14), que ocasionou ao estimador dificuldade em separar corretamente as duas classes.

A Imagem de Erro gerada para esta área é apresentada na Figura 5.18 (as bandas de erro são denominadas 1e, 2e, 3e, 4e, 5e e 7e). Nas classes PINUS1 e PINUS2, o erro calculado não ultrapassa 5 níveis de cinza (NC) em

todas as bandas de erro. Para a classe EUCA, chega até 7 NC (principalmente banda 4e). A classe SOLO, da mesma forma que no experimento "ITAPEVA", apresenta erros de até 10 NC nas bandas 3e e 5e, e de até 20 NC nas estradas mais largas (banda 4c); pode-se concluir, que a assinatura espectral do componente SOLO difere da assinatura do tipo de solo encontrado nestes locais. Utilizando o MQP, verificou-se que o número de vezes que as proporções caíram fora do intervalo permitido na primeira iteração do método, isto é, número de pontos não representados de forma adequada pelo "simplex" de sinais foi bastante alto: da ordem de 95%.

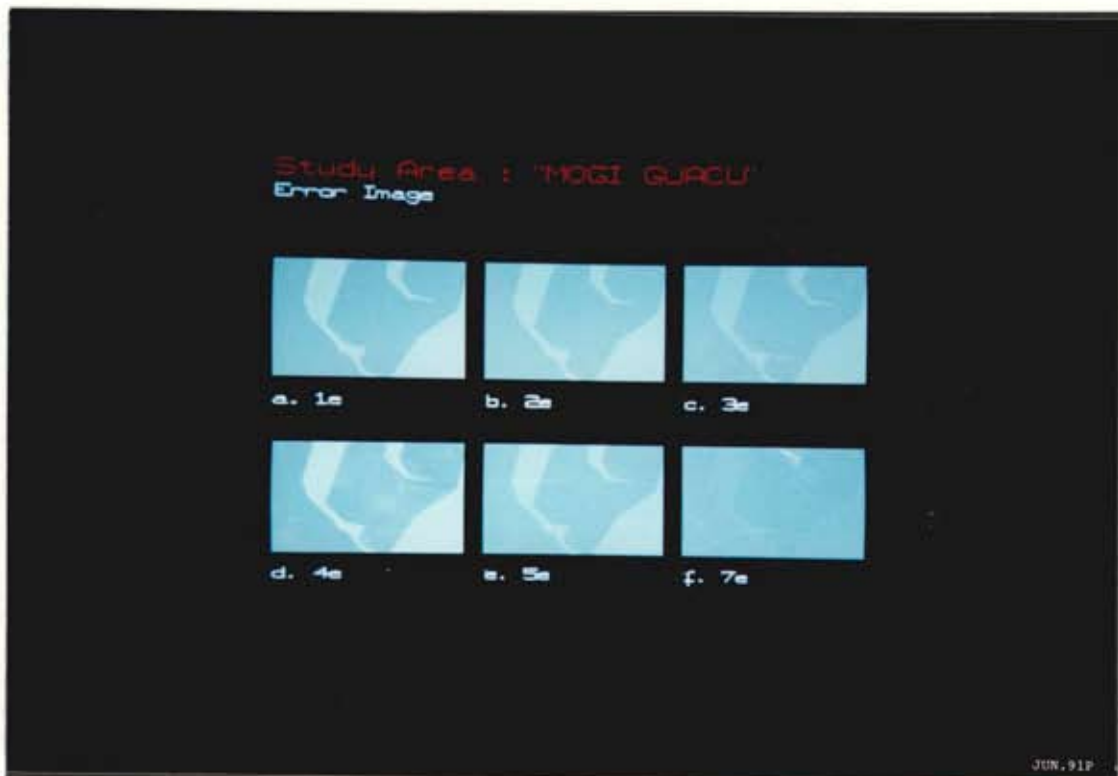


Fig. 5.18 - Imagem de Erro para o experimento "MOGI-GUAÇU": a) 1e; b) 2e; c) 3e; d) 4e; e) 5e; f) 7e.

Estes resultados já eram, de alguma forma, esperados. A mistura dos componentes primários, sendo os mesmos que as classes encontradas na cena, e cujas assinaturas consistem de vetores base constantes, não explicam as variações encontradas na resposta espectral de cada classe e também não as consideram.

O objetivo, neste caso, é obter uma melhor diferenciação entre as classes em um conjunto de bandas de menor dimensão, no qual cada classe fica mais evidenciada na banda relacionada à sua proporção nos pixels. Por exemplo, observando a Figura 5.16.a percebe-se que a classe EUCA está mais evidente na banda linearmente relacionada à proporção do componente EUCA. Como o resultado visual da diferenciação entre as classes foi bastante satisfatório, decidiu-se prosseguir com o experimento. A seção 5.3.3 apresenta os resultados obtidos pelo processo de classificação utilizando as bandas EUCA, PINUS1, PINUS2 e SOLO.

### 5.3.3 - ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DAS BANDAS SINTÉTICAS NO PROCESSO DE CLASSIFICAÇÃO

#### 5.3.3.1 - ANÁLISE DOS COMPONENTES PRINCIPAIS

No experimento "MOGI-GUAÇU", conforme observado na Tabela 5.24, nota-se um pequeno aumento na porcentagem de variância dos dados nas primeiras componentes no caso c em relação ao caso a.

Já no caso b, observa-se que este aumento foi bastante significativo em relação ao caso a, quando adicionada uma banda sintética às originais. Isto se deve a alguns valores altos de correlação encontrados entre os dados nas bandas sintéticas e nas originais (Tabela 5.25).

Do mesmo modo que no experimento "ITAPEVA", as variâncias apresentadas nas bandas sintéticas são muito maiores do que as variâncias dos dados nas bandas originais (Tabela 5.26. A primeira componente principal gerada no caso b, é semelhante à banda sintética adicionada, como ilustra a Figura 5.19, que mostra a primeira componente principal gerada quando é adicionada a banda EUCA.

**TABELA 5.24- RESULTADOS DA ANÁLISE DOS COMPONENTES  
PRINCIPAIS (AUTOVALORES E PORCENTAGENS) PARA O EXPERIMENTO  
"MOGI-GUAÇU"**

BANDAS	W1	W2
<b>Caso a: Bandas originais</b>		
1r,2r,3r,4r,5r,7r	117,98 (68%)	48,65 (28%)
3r,4r,5r,7r	117,34 (68%)	48,25 (28%)
<b>Caso b: Bandas sintéticas adicionadas as originais</b>		
(3r,4r,5r,7) + EUCA, PINUS1,PINUS2,SOLO	7238,59 (72%)	1874,48 (18%)
(1r,2r,3r,4r,5r,7r) + EUCA	4759,71 (98%)	82,29 (1%)
(1r,2r,3r,4r,5r,7r) + PINUS1	2603,16 (96%)	51,46 (1%)
(1r,2r,3r,4r,5r,7r) + PINUS2	1294,19 (92%)	61,96 (4%)
(1r,2r,3r,4r,5r,7r) +SOLO	1408,47 (93%)	89,66 (5%)
<b>Caso c: Bandas sintéticas</b>		
EUCA,PINUS1,PINUS2, SOLO	7146,96 (73%)	1810,40 (18%)

TABELA 5.25 - COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO ENTRE AS BANDAS ORIGINALIS E SINTÉTICAS PARA O EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU"

	1r	2r	3r	4r	5r	7r	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
1r	1,0									
2r	0,60	1,0								
3r	0,64	0,82	1,0							
4r	0,24	0,12	0,16	1,0						
5r	0,64	0,62	0,72	0,51	1,0					
7r	0,63	0,71	0,82	0,17	0,85	1,0				
EUCA	0,18	0,03	0,09	0,94	0,46	0,08	1,0			
PINUS1	-0,42	-0,35	-0,44	-0,75	-0,78	-0,53	-0,79	1,0		
PINUS2	-0,39	-0,31	-0,32	-0,76	-0,63	-0,39	-0,72	0,51	1,0	
SOLO	0,62	0,71	0,80	-0,00	0,81	0,94	-0,10	-0,38	-0,30	1,0

TABELA 5.26 - VARIÂNCIA DOS DADOS NAS BANDAS ORIGINALIS E SINTÉTICAS PARA O EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU"

1r	2r	3r	4r	5r	7r	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
0,58	1,53	5,02	70,88	66,08	28,51	4682,23	2512,19	1219,63	1334,22



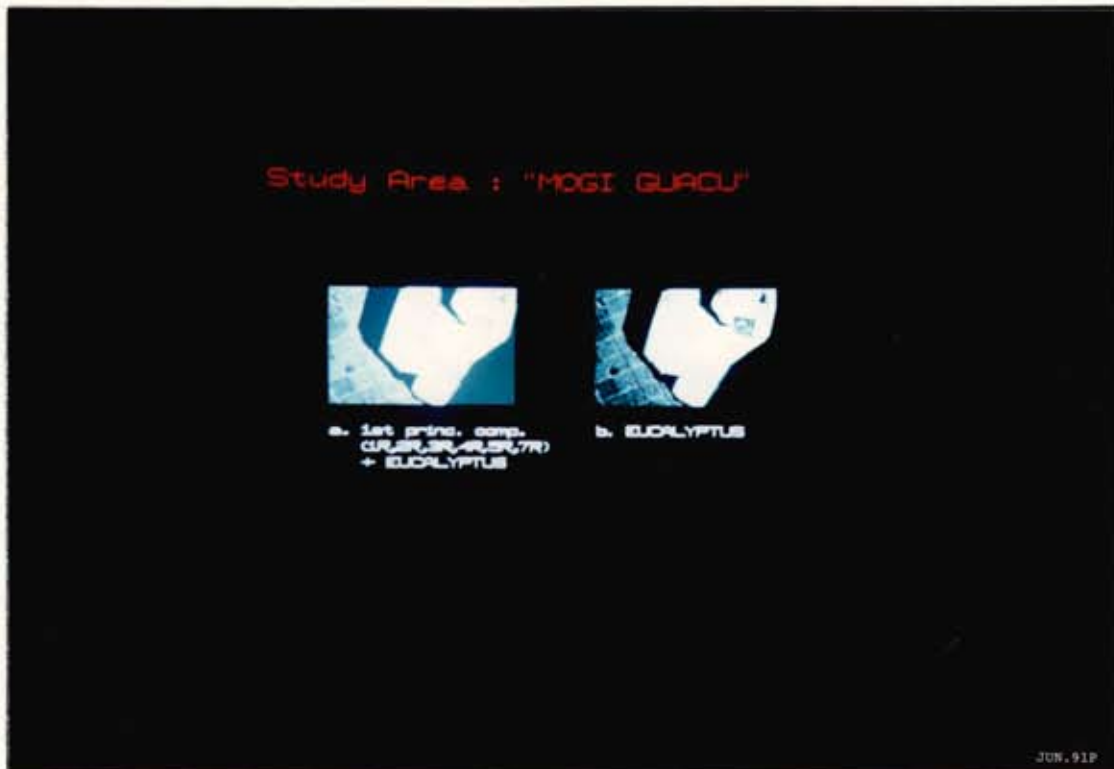


Fig. 5.19 - Comparação entre (a) a primeira componente principal gerada a partir das bandas (1r,2r,3r,4r,5r,7r) + EUCA e (b) a banda EUCA para o experimento "MOGI-GUAÇU".

### 5.3.3.2 - ANÁLISE CANÔNICA

A Tabela 5.27 apresenta os resultados obtidos pelo procedimento de Análise Canônica. Neste experimento, o número de autovalores calculado cujos valores são diferentes do zero é três: o número de classes menos um. Isto significa que, se aplicada a transformação, o espaço de atributos terá sua dimensão reduzida para três.

Percebe-se um acentuado aumento nos autovalores obtidos, isto é, nas razões entre a variância entre classes e a média das variâncias dentro das classes, se compararmos o caso c ao caso a.

No caso b, o resultado é dependente da banda sintética adicionada às originais: se forem adicionadas as bandas EUCA e PINUS2, percebe-se um acréscimo no valor da razão entre as variâncias nos novos eixos; já as bandas PINUS1 e SOLO resultam em valores similares ao caso a.

O melhor resultado é obtido quando são adicionadas as quatro melhores bandas originais (em termos de Distância J-M) às quatro sintéticas.

**TABELA 5.27 - RESULTADOS DA ANÁLISE CANÔNICA (AUTOVALORES NÃO NULOS) PARA O EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU"**

BANDAS	$\lambda 1$	$\lambda 2$	$\lambda 3$
<b>Caso a: Bandas originais</b>			
1r,2r,3r,4r,5r,7r	6,94	2,79	0,37
3r,4r,5r,7r	6,50	2,53	0,33
<b>Caso b: Bandas sintéticas adicionadas às originais</b>			
(3r,4r,5r,7r)+ EUCA, PINUS1,PINUS2,SOLO	16,54	4,91	0,98
(3r,4r,5r,7r)+ EUCA	12,63	4,00	0,46
(3r,4r,5r,7r) + PINUS1	6,55	2,67	0,87
(3r,4r,5r,7r) + PINUS2	8,64	2,89	0,54
(3r,4r,5r,7r) + SOLO	6,50	4,49	0,58
<b>Caso c: Bandas sintéticas</b>			
EUCA,PINUS1,PINUS2,SOLO	12,79	3,56	0,51

### 5.3.3.3 - MEDIDA DE SEPARABILIDADE ESTATÍSTICA DISTÂNCIA J-M

Com a finalidade de estudar a separabilidade estatística no caso b, realizou-se a seleção dos três atributos nos quais as classes apresentam maior separabilidade quando adicionadas as bandas sintéticas às originais. Os resultados obtidos foram comparados aos resultados da seleção das três melhores bandas originais em termos de separabilidade por Distância J-M. Para estudar o caso c, a Distância J-M entre as classes nas bandas sintéticas foi comparada com a distância entre as classes nas três bandas originais selecionadas.

Os resultados obtidos neste estudo (Tabela 5.28) mostram que a separabilidade das classes é maior no caso b do que no caso a, embora a diferença observada seja muito pouco significativa. No caso c, a separabilidade calculada para as quatro bandas sintéticas é menor do que a separabilidade das classes nos quatro atributos originais selecionados. Os resultados obtidos no experimento "MOGI-GUAÇU" pela análise da medida de separabilidade estatística Distância J-M são qualitativamente semelhantes aos obtidos pelo experimento "ITAPEVA", embora a separabilidade das classes seja um pouco maior no experimento "MOGI-GUAÇU".

Analisando a Tabela 5.29, que mostra a distância euclidiana entre as médias das classes nos casos a e c, e a Tabela 5.30 que mostra as variâncias das classes pode-se concluir que a menor separabilidade estatística obtida no caso c se deve à alta variância que as classes apresentam nas bandas sintéticas, enquanto a distância euclidiana entre as médias das classes PINUS1 e PINUS2 permanece inalterada de um caso para o outro.

**TABELA 5.28 - RESULTADOS DA DISTÂNCIA J-M MÉDIA PARA O  
EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU"**

(e = EUCA;  $p_1$  = PINUS1;  $p_2$  = PINUS2; A = SOLO)

BANDAS	BANDAS SELECIONADAS	CLASSES COM MENOR DIST.NA COMBINAÇÃO	J-M MÉDIA
<b>Caso a: Bandas originais</b>			
1r,2r,3r,4r,5r,7r	3r, 4r, 5r, 7r	$p_2$ - e	1,412367
3r,4r,5r,7r	3r, 4r, 5r	$p_2$ - e	1,411807
<b>Caso b: Bandas sintéticas adicionadas às originais</b>			
(3r,4r,5r,7r) + EUCA	4r, 5r, EUCA	$p_1$ - e	1,414085
(3r,4r,5r,7r)+PINUS1	3r, 4r, PINUS1	$p_1$ - e	1,41 917
(3r,4r,5r,7r)+PINUS2	3r, 4r, PINUS2	$p_1$ - e	1,412870
(3r,4r,5r,7r) + SOLO	4r, 5r, SOLO	$p_1$ - e	1,412488
(3r,4r,5r,7r) + (EUCA,PINUS1,PINUS2, 4r,EUCA,SOLO SOLO)		$p_1$ - e	1,414118
<b>Caso c: Bandas sintéticas</b>			
	EUCA,PINUS1,PINUS2,SOLO		1,404926

**TABELA 5.29 - DISTÂNCIA EUCLIDIANA ENTRE AS MÉDIAS DAS CLASSES NAS BANDAS ORIGINAIS E SINTÉTICAS PARA O EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU"**

<b>Caso a: Bandas originais (1r,2r,3r,4r,5r,7r)</b>			
	<b>EUCA</b>	<b>PINUS1</b>	<b>PINUS2</b>
<b>PINUS1</b>	45,91563		
<b>PINUS2</b>	51,469632	23,256775	
<b>SOLO</b>	55,495174	72,027494	75,689084
<b>Caso c: Bandas sintéticas (EUCA, PINUS1, PINUS2, SOLO)</b>			
	<b>EUCA</b>	<b>PINUS1</b>	<b>PINUS1</b>
<b>PINUS1</b>	95,215077		
<b>PINUS2</b>	91,384577	26,735182	
<b>SOLO</b>	133,73704	164,16914	161,97758

**TABELA 5.30 - VARIÂNCIA DAS CLASSES NAS BANDAS ORIGINAIS E SINTÉTICAS PARA O EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU"**

<b>BANDAS CLASSES</b>	<b>1r</b>	<b>2r</b>	<b>3r</b>	<b>4r</b>	<b>5r</b>	<b>7r</b>	<b>EUCA</b>	<b>PINUS1</b>	<b>PINUS2</b>	<b>SOLO</b>
<b>EUCA</b>	0,31	0,8236	1,64	35,09	26,34	10,14	1129,38	895,84	306,25	614,17
<b>PINUS1</b>	0,25	0,17	0,37	1,18	2,14	0,96	143,35	127,43	112,84	10,53
<b>PINUS2</b>	0,29	0,16	0,49	1,33	0,88	1,04	138,90	1051,41	1142,75	35,44
<b>SOLO</b>	0,56	3,69	6,72	78,50	17,3125	18,7774	109,06	89,51	30,50	164,90

5.3.3.4 - ESTIMATIVA DO DESEMPENHO DO CLASSIFICADOR MAXVER  
E ANÁLISE QUALITATIVA DAS IMAGENS TEMÁTICAS

O estudo da Distância J-M, nos casos a, b e c, foi tomado como base para a escolha dos conjuntos de atributos a serem utilizados na classificação pelo método de Máxima Verossimilhança. Desta forma, a classificação foi efetuada utilizando-se conjuntos de atributos:

caso a: - 3r, 4r, 5r, 7r

caso b: - 4r, 5r, EUCA (b.1)  
 - 3r, 4r, PINUS1 (b.2)  
 - 4r, 5r, PINUS2 (b.3)  
 - 4r, 5r, SOLO (b.4)  
 - 4r, EUCA, SOLO (b.5)

caso c: - EUCA, PINUS1, PINUS2, SOLO

As Tabelas 5.31 a 5.37 apresentam as matrizes de classificação obtidas para estes conjuntos e a Figura 5.20 apresenta as imagens temáticas resultantes.

TABELA 5.31 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"MOGI-GUAÇU"  
Caso a: 3r, 4r, 5r, 7r

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	2,8	97,2	0,0	0,0	0,0
- PINUS1	7,3	0,4	92,2	0,0	0,0
- PINUS2	5,0	0,0	0,0	95,0	0,0
- SOLO	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
Desempenho Médio:		95,72			
Abstenção Média:		4,17			
Confusão Média:		0,12			

TABELA 5.32 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"MOGI-GUAÇU"  
Caso b.1: 4r, 5r, EUCA

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	2,8	97,2	0,0	0,0	0,0
- PINUS1	6,9	0,4	92,7	0,0	0,0
- PINUS2	4,0	0,0	0,0	96,0	0,0
- SOLO	3,1	0,0	0,0	0,0	96,9
Desempenho Médio:		95,83			
Abstenção Média:		4,05			
Confusão Média:		0,2			



TABELA 5.33 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO

"MOGI-GUAÇU"Caso b.2: 3r, 4r, PINUS1

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	0,6	99,4	0,0	0,0	0,0
- PINUS1	8,2	0,0	91,8	0,0	0,0
- PINUS2	5,0	0,0	0,0	95,0	0,0
- SOLO	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
Desempenho Médio:		96,88			
Abstenção Média:		3,13			
Confusão Média:		0,0			

TABELA 5.34 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO

"MOGI-GUAÇU"Caso b.3: 3r, 5r, PINUS2

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	4,4	95,6	0,0	0,0	0,0
- PINUS1	5,6	1,3	93,1	0,0	0,0
- PINUS2	5,0	0,0	0,0	95,0	0,0
- SOLO	3,1	0,0	0,0	0,0	96,9
Desempenho Médio:		94,91			
Abstenção Média:		5,67			
Confusão Média:		0,23			

TABELA 5.35 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"MOGI-GUAÇU"  
Caso b.4: 4r, 5r, SOLO

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	5,0	95,0	0,0	0,0	0,0
- PINUS1	6,5	0,9	92,7	0,0	0,0
- PINUS2	7,0	0,0	0,0	93,0	0,0
- SOLO	6,3	0,0	0,0	0,0	93,8
Desempenho Médio:		94,10			
Abstenção Média:		5,67			
Confusão Média:		0,23			

TABELA 5.36 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"MOGI-GUAÇU"  
Caso b.5: 4r, EUCA, SOLO

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	4,0	96,0	0,0	0,0	0,0
- PINUS1	6,9	0,4	92,7	0,0	0,0
- PINUS2	4,0	0,0	0,0	96,0	0,0
- SOLO	3,1	0,0	0,0	0,0	96,9
Desempenho Médio:		95,14			
Abstenção Média:		4,75			
Confusão Média:		0,12			

TABELA 5.37 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"MOGI-GUAÇU"  
Caso c.1: EUCA, PINUS1, PINUS2, SOLO

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	2,0	98,1	0	0,0	0,0
- PINUS1	5,6	0,0	93,5	0,9	0,0
- PINUS2	2,0	0,0	4,0	94,0	0,0
- SOLO	6,3	0,0	0	0,0	93,8
Desempenho Médio:		96,18			
Abstenção Média:		3,13			
Confusão Média:		0,69			



Fig. 5.20 - Imagens temáticas resultantes da classificação (primeiro enfoque) para o experimento "MOGI-GUAÇU": a) 3r, 4r, 5r, 7r; b.1) 4r, 5r, EUCA; b.2) 3r, 4r, PINUS1; b.3) 4r, 5r, PINUS2; b.4) 4r, 5r, SOLO; c) EUCA, PINUS1, PINUS2, SOLO.

Da mesma forma que no experimento "ITAPEVA", o desempenho médio estimado em todos os casos é muito bom, sempre superior a 94%. Este desempenho foi estimado sobre as amostras de treinamento sendo, portanto, otimista.

Os resultados obtidos mostram que o valor do desempenho médio estimado é maior no caso c do que no caso a. Comparando estes resultados aos obtidos pela Distância J-M nota-se uma contradição: a Distância J-M (que pode ser utilizada como medida indireta para prever o desempenho do classificador (seção 3.3.1)) é maior entre as classes nas bandas originais, embora a variação observada seja pouco significativa. Deve-se notar no entanto que, para valores tão altos de desempenho médio estimados e que apresentam variações tão pequenas (da ordem de no máximo 3%), não se pode concluir qual dos casos apresentou melhor resultado de classificação se analisado este parâmetro. Analisando as imagens temáticas (Figura 5.20), qualitativamente, o melhor resultado é obtido no caso a, isto é, quando classificadas as bandas originais. Pela observação destas imagens, nota-se que:

- A abstenção média estimada no caso c é menor do que nos outros casos devido, principalmente, ao menor número de pontos não classificados nas classes PINUS1 e PINUS2. No entanto, a confusão entre as classes PINUS1 e PINUS2 é maior no caso c, como pode ser observado claramente na imagem temática correspondente. Esta confusão pode ser explicada pelo fato de que a distância euclidiana entre as médias destas duas classes permanece inalterada do caso c para o caso a, enquanto suas variâncias nos novos eixos aumentam bastante.

- Somente no caso a, a pequena área de PINUS1 localizada, no interior da classe EUCA, foi corretamente classificada. No caso c, conforme pode ser observado na imagem temática, o interior da área foi corretamente identificado, mas a fronteira entre as classes não foi classificada.
  
- Analisando a classe SOLO, nota-se também que somente no caso a os carregadores internos não são classificados erroneamente (mas também não são classificados como SOLO). Pode-se explicar este fato, baseado na menor separabilidade estatística que as classes apresentam nas bandas sintéticas (caso c). Por exemplo, a classe EUCA, como observado previamente, possui quadras nas quais se encontra uma porcentagem considerável do componente SOLO. Os carregadores são menores do que o elemento de cena, portanto, os pixels apresentam apenas uma determinada porcentagem do componente SOLO. Isto explica porque os carregadores nos plantios de eucalyptus são classificados como a classe EUCA no caso c, onde as classes são representadas somente em termos de proporções destes dois componentes.

Estes resultados negativos refletem o que já havia sido constatado na seção anterior: os componentes primários escolhidos não representam de forma apropriada as classes que compõem a cena. Através da mistura destes componentes não é possível identificar características estruturais dos alvos, como no experimento anterior, e o objetivo de discriminar melhor as classes também não foi satisfeito (apenas visualmente). Talvez, se o componente SOMBRA tivesse sido selecionado, e as proporções indicassem variações na estrutura do dossel a partir das informações na escala sub-pixel, o que não foi possível utilizando somente a mistura de vegetação (EUCA, PINUS1, PINUS 2) e SOLO.

Os piores resultados visuais foram obtidos nos conjuntos do caso b, embora os valores estimados de desempenho médio, abstenção média e confusão média sejam similares, às vezes até melhores, aos obtidos nos casos a e c. Da mesma forma que no experimento anterior, a variância nas bandas sintéticas é muito maior do que nas originais, logo adicioná-las às originais aumenta consideravelmente o nível de detalhe e mistura informações conceitualmente diferentes.

Além disso, existe o fato do método empregado para estimar as proporções (MQP) ser linear, isto é, não fornecer informações ao classificador que possibilitem obter um melhor desempenho. Num caso como o do experimento "MOGI-GUAÇU", no qual o "simplex" é mal condicionado, a utilização de um método não linear poderia alterar significativamente as proporções estimadas. No entanto, não é correto basear uma possível melhoria da classificação, em uma escolha inapropriada dos componentes primários.

#### 5.3.4 - MODELO DE MISTURA COMPARADO AOS MÉTODOS CONVENCIONAIS DE REDUÇÃO DA DIMENSÃO DO ESPAÇO DE ATRIBUTOS

A comparação entre as matrizes de classificação resultantes da classificação por Máxima Verossimilhança quando utilizadas as bandas geradas pelos métodos convencionais de extração de atributos (Transformação de Componentes Principais, Análise Canônica e seleção de atributos por Distância J-M) e pelo Modelo de Mistura são apresentadas nas Tabelas 5.38 a 5.41. A figura 5.21 apresenta as imagens temáticas resultantes.

Para o experimento "MOGI-GUAÇU" é difícil chegar a alguma conclusão pela análise das matrizes de classificação. Todos os resultados apresentam alto valor de desempenho médio estimado (sempre superior a 95%) e variações muito pequenas de um caso para outro; estes desempenhos foram estimados sobre as amostras de treinamento, sendo, portanto, otimistas. No entanto, através das imagens temáticas, percebe-se que o melhor resultado, em termos qualitativos, é obtido quando classificadas as bandas resultantes do Procedimento de Análise Canônica: o número de pixels não classificados é muito baixo, principalmente na classe solo que, somente neste caso, é corretamente classificada.

Neste experimento, ao contrário do anterior, a imagem temática resultante da classificação das bandas de proporções é qualitativamente inferior a obtida em todos os outros casos: apresenta grande número de pontos não classificados e confunde muito as classes PINUS1 e PINUS2 (a seção 5.2.3. discute com mais detalhe este resultado).



TABELA 5.38 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"MOGI-GUAÇU" (SEGUNDO ENFOQUE) QUANDO UTILIZADOS OS  
PRIMEIROS COMPONENTES PRINCIPAIS (C1/C2/C3)

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	2,8	97,2	0,0	0,0	0,0
- PINUS1	4,7	1,7	93,5	0,0	0,0
- PINUS2	7,0	0,0	0,0	93,0	0,0
- SOLO	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
Desempenho Médio:		95,83			
Abstenção Médio:		3,70			
Confusão Média:		0,46			

TABELA 5.39 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO  
"MOGI-GUAÇU" (SEGUNDO ENFOQUE) QUANDO UTILIZADOS OS EIXOS  
CANÔNICOS (C1/C2/C3)

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	1,6	97,2	0,0	0,0	1,2
- PINUS1	4,3	1,3	94,0	0,4	0,0
- PINUS2	5,0	0,0	3,0	92,0	0,0
- SOLO	3,1	15,6	0,0	0,0	81,3
Desempenho Médio:		95,14			
Abstenção Média:		2,78			
Confusão Média:		2,08			

TABELA 5.40 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU" (SEGUNDO ENFOQUE) QUANDO UTILIZADAS AS BANDAS SELECIONADAS PELA DISTÂNCIA J-M (3r, 4r, 5r, 7r)

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	2,8	97,2	0,0	0,0	0
- PINUS1	7,3	0,4	92,2	0,0	0
- PINUS2	5,0	0,0	0,0	95,0	0
- SOLO	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
Desempenho Médio:		95,72			
Abstenção Média:		4,17			
Confusão Média:		0,12			

TABELA 5.41 - MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA O EXPERIMENTO "MOGI-GUAÇU" (SEGUNDO ENFOQUE) QUANDO UTILIZADAS AS BANDAS SINTÉTICAS DERIVADAS DAS PROPORÇÕES DOS COMPONENTES PRIMÁRIOS (EUCA, PINUS1, PINUS2, SOLO)

	NÃO CLASSIFICADO	EUCA	PINUS1	PINUS2	SOLO
- EUCA	2,0	98,0	0,0	0,0	0,0
- PINUS1	5,6	0,0	93,5	0,9	0,0
- PINUS2	2,0	0,0	4,0	94,0	0,0
- SOLO	6,3	0,0	0,0	0,0	93,8
Desempenho Médio:		96,18			
Abstenção Média:		3,13			
Confusão Média:		0,69			

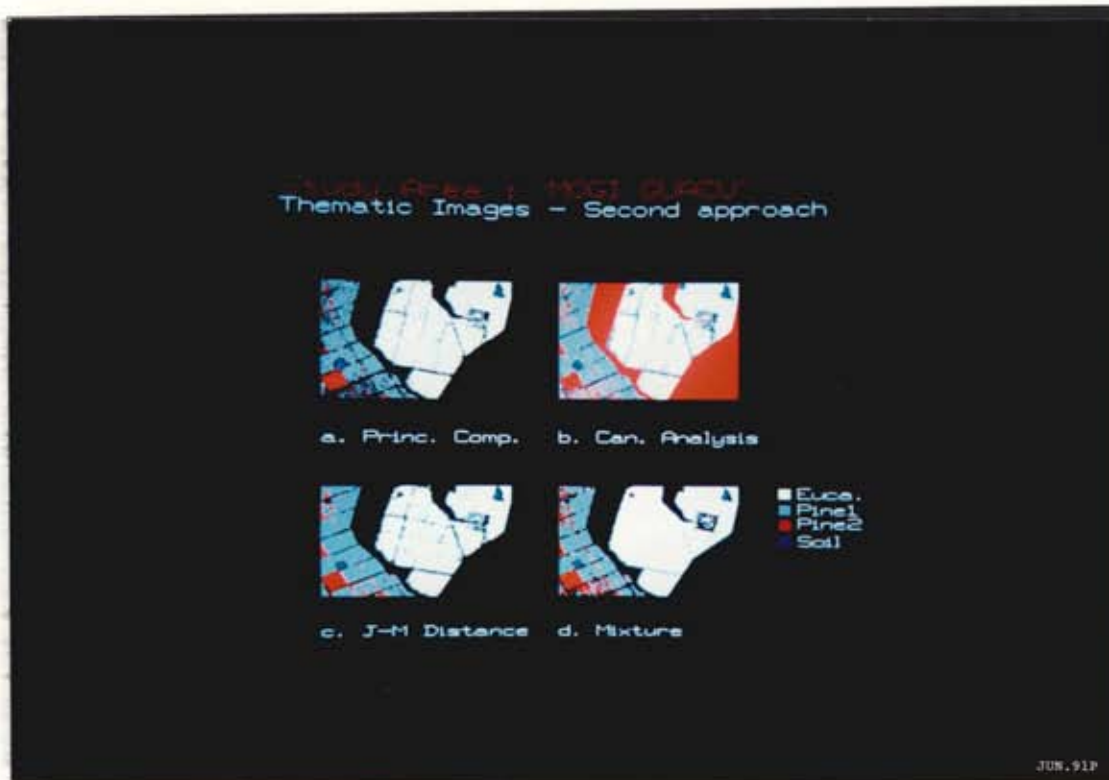


Fig. 5.21 - Imagens temáticas resultantes da classificação (segundo enfoque) para o experimento "MOGI-GUAÇU"; a) Componentes Principais (c1, c2, c3); b) Análise Canônica (c1, c2); c) Distância J-M (3r, 4r, 5r); d) Modelo de Mistura (VEGETAÇÃO, SOLO, SOMBRA).

#### 5.4 - SUMÁRIO DOS RESULTADOS OBTIDOS

Esta seção tem por objetivo traçar um paralelo entre os dois experimentos realizados ("ITAPEVA" e "MOGI-GUAÇU") e apresentar um sumário dos resultados obtidos. Os experimentos podem ser divididos em duas fases principais: aplicação dos estimadores de proporções e análise da utilização das bandas sintéticas no processo de classificação automática.

O experimento "ITAPEVA" considerou três componentes primários, VEGETAÇÃO, SOLO e SOMBRA, cujas combinações, em diferentes proporções, são indicadores de diferenças estruturais encontradas no reflorestamento de eucalyptus que ocupa a área. Observou-se que a mistura destes componentes representa de forma adequada as classes na cena: E.novo, E.velho e Solo. Os métodos empregados para estimar as proporções e gerar as bandas sintéticas foram o Mínimos Quadrados com Restrições (MQR) e Mínimos Quadrados Ponderado (MQP). Optou-se por utilizar as bandas sintéticas geradas pelo MQR na segunda fase do experimento "ITAPEVA", levando-se em consideração a similaridade dos resultados obtidos pelos dois métodos, a maior eficiência computacional do MQR e o fato de ser não linear nos pontos nos quais as restrições são violadas, isto é, pontos não representados pelo "simplex" de sinais.

O experimento "MOGI-GUAÇU" difere do anterior pela escolha dos componentes primários: foram considerados como componentes os diferentes tipos de uso do solo (classes) encontrados na área: EUCA, PINUS1, PINUS2 e SOLO. O objetivo era obter bandas sintéticas nas quais cada classe ficasse evidenciada na banda relacionada à sua proporção nos pixels. Observando que os erros de estimação foram altos, concluiu-se que as assinaturas dos componentes não são, de forma ideal, representativas das classes que

compõem a cena. Além disso, as assinaturas dos componentes, principalmente PINUS1 E PINUS2, são muito similares ocasionando dificuldade ao estimador em separá-las corretamente. No entanto, visualmente, as bandas sintéticas mostraram-se satisfatórias, de modo que se decidiu prosseguir também com este experimento.

A segunda fase dos experimentos, isto é, analisar o efeito obtido na classificação automática pela utilização das bandas sintéticas geradas na fase anterior, baseia-se em dois enfoques distintos: no primeiro, as bandas sintéticas adicionadas às originais ou somente as bandas sintéticas são vistas como atributos substitutos dos atributos originais, a partir dos quais é verificado de que modo os dados podem ser compactados através dos métodos usuais de redução da dimensionalidade do espaço de atributos Componentes Principais, Análise Canônica e Distância J-M. Além disso, são analisados os resultados obtidos quando este conjunto de atributos substituto é classificado pelo algoritmo de Máxima Verossimilhança, sob hipótese gaussiana. A seguir é apresentado um paralelo entre os resultados obtidos, sob este enfoque, nos dois experimentos.

A análise dos Componentes Principais apresenta resultados similares nos dois experimentos: a maior compactação nas primeiras componentes principais é obtida quando utilizados os atributos substitutos (tanto no caso da adição das bandas sintéticas às originais quanto somente as bandas sintéticas). Estes resultados estão relacionados aos altos coeficientes de correlação que, de modo geral, as bandas sintéticas apresentam entre si e com as bandas originais.

Através do estudo da Análise Canônica, no experimento "ITAPEVA", não se nota um aumento significativo na razão entre a variância entre classes e a média das va-

riâncias dentro das classes nos novos eixos gerados, quando aplicada a transformação aos conjuntos substitutos de atributos. Já o experimento "MOGI-GUAÇU" mostra um aumento considerável nestas razões quando utilizados os atributos substitutos.

Através do estudo da Distância J-M, constata-se que a variação na separabilidade entre as classes nos casos estudados é pequena. Qualitativamente, ambos os experimentos apresentaram os mesmos resultados: a maior separabilidade é obtida nas triplas de atributos selecionados quando as bandas sintéticas são adicionadas às originais, seguida pela separabilidade obtida nas triplas selecionadas a partir das bandas orginais e por último quando utilizadas somente as bandas sintéticas. Isto ocorre por que, embora as distâncias euclidianas entre as médias das classes sejam maiores nas bandas sintéticas (com exceção das classes PINUS1 e PINUS2 no experimento "MOGI-GUAÇU"), as variâncias de cada classe nestas bandas também são muito maiores.

Finalmente, a análise do classificador de Máxima Verossimilhança mostra que as variações obtidas nos valores de desempenho médio estimado também são muito pequenas. Além disso, os resultados obtidos quando utilizadas as bandas originais já são muito bons (superiores a 94% para ambos os experimentos). Desta forma, não se pode esperar uma melhoria significativa pela utilização dos atributos substitutos.

É importante ressaltar que os resultados obtidos são condizentes com os obtidos pelo estudo da Distância J-M no que se refere às pequenas variações observadas entre os valores de desempenho médio estimados. Os resultados não são condizentes com a Distância J-M no que diz respeito a ordem dos melhores desempenhos. Mas, a estimativa de desempenho médio para valores tão altos e com uma varia-

ção tão pequena não pode ser considerada, nos dois experimentos estudados nesta dissertação, um bom parâmetro para analisar a utilização das bandas sintéticas como atributos substitutos dos originais.

A análise qualitativa das imagens temáticas resultantes do experimento "ITAPEVA" mostra que o melhor resultado é obtido quando utilizadas somente as bandas sintéticas: percebe-se que o classificador reconheceu bem áreas com características estruturais diferentes e que, somente neste caso, classifica corretamente os carreadores internos. É importante notar que, nestes pontos nos carreadores as proporções estimadas não são combinação linear das bandas originais, isto é, estes pontos não estavam bem representados pelo "simplex" de sinais e as restrições foram violadas. Além disso, percebe-se que o número de pontos não classificados, neste caso, é sensivelmente menor.

Já o experimento "MOGI-GUAÇU" não apresentou resultados favoráveis ao uso dos atributos substitutos pela análise qualitativa das imagens temáticas. Isto se deve, em parte, ao fato dos componentes primários não representarem de forma ideal as classes na cena, o que ocasionou confusão entre as classes. Neste experimento, o objetivo não foi obter componentes que indicassem diferenças estruturais no dossel; talvez, se o componente SOMBRA tivesse sido utilizado, como no experimento anterior, a informação estrutural fornecida pela sua proporção nos pixels ajudasse a separar de forma mais adequada os diferentes tipos de reflorestamento que se encontram nesta área. Outro fator importante, que contribuiu para os resultados obtidos neste experimento foi a utilização de um método linear de estimação, o MQP, de modo que as bandas sintéticas resultantes não trazem novas informações ao classificador de Máxima Verossimilhança.

Utilizar conjuntos de atributos substitutos formados pela adição de bandas sintéticas às originais resultou nas piores imagens temáticas nos dois experimentos (mesmo para o experimento "ITAPEVA" nos pontos nos quais as restrições foram violadas), isto é, adicionar as bandas sintéticas às originais não melhora o desempenho do classificador, aumentando o nível de detalhe e misturando informações conceitualmente diferentes.

Em suma, pode-se concluir que a partir dos atributos substitutos obtém-se uma melhor compactação quando aplicada a transformação dos Componentes Principais (visando a representatividade dos padrões) e quando utilizada a Análise Canônica (visando a separabilidade entre as classes), principalmente para o experimento "MOGI-GUAÇU". A separabilidade das classes em um número menor de atributos selecionados a partir dos atributos substitutos não apresenta, de forma geral, alteração significativa em relação aos atributos originais, assim como os valores de desempenho médio estimados são bastante próximos. Através das imagens temáticas percebe-se que não se obtêm bons resultados quando utilizados atributos substitutos formados pela adição de bandas sintéticas às originais. Os melhores resultados são obtidos pela utilização de atributos substitutos formados somente pelas bandas sintéticas, se estas forem geradas com base em componentes primários que representem de forma adequada as classes na cena, como ocorre no experimento "ITAPEVA".

Utilizar somente as bandas sintéticas no processo de classificação pode ser visto como uma maneira de reduzir a dimensão do espaço de atributos ao número de componentes primários da mistura, de modo que se obtenha um desempenho de classificação similar (ou um pouco melhor, como ocorre no experimento "ITAPEVA"), estando disponíveis informações sobre características estruturais da cena. Este



é o objetivo do segundo enfoque da análise da utilização de bandas sintéticas abordado nesta dissertação: comparar o Modelo de Mistura aos métodos convencionais de redução da dimensão do espaço de atributos.

Os resultados obtidos mostram que os valores de desempenho médio estimados são similares para todos os casos estudados. Qualitativamente, no entanto, a imagem temática obtida quando utilizadas as bandas geradas pela Análise Canônica são superiores às demais em ambos os experimentos. No experimento "ITAPEVA", a segunda melhor imagem temática foi obtida quando utilizadas as bandas sintéticas de proporções (Modelo de Mistura). As piores imagens temáticas referem-se à utilização das bandas originais selecionadas pela Distância J-M e das geradas pela Transformação de Componentes Principais. É importante frisar que, neste experimento, os componentes primários representam de forma adequada as classes que formam a cena, o que não ocorre no experimento "MOGI-GUAÇU". As imagens temáticas obtidas neste segundo experimento refletem este fato: qualitativamente, a imagem referente à utilização de bandas sintéticas de proporções se mostra inferior às demais.

Quando analisada a utilização das bandas sintéticas no processo de classificação sob este enfoque, isto é, o Modelo de Mistura visto como uma maneira alternativa de reduzir a dimensão do espaço de atributos, é importante ressaltar que os métodos encontrados na literatura para este fim visam objetivos diferentes.

O método mais simples, e computacionalmente mais barato entre os estudados nesta dissertação, é a seleção de atributos por Distância J-M. A vantagem de tal método é ser, quando respeitada a condição de normalidade das classes, um indicador do desempenho do classificador de Máxima Verossimilhança.

A transformação de Componentes Principais visa manter a representatividade dos padrões nos novos eixos. A maior ênfase é usualmente dada aos atributos ou grupos de atributos que apresentem maior variabilidade. Mas, para classificação o interesse é a discriminação de padrões, não representatividade (Duda e Hart, 1973).

Segundo Mather (1987), uma maneira óbvia de realizar a seleção de atributos no novo sistema de coordenadas é utilizar as  $m$  primeiras componentes principais no lugar dos  $p$  atributos originais ( $m \leq p$ ). As informações, em termos de componentes principais, estão diretamente relacionadas à variância dos dados e não é, necessariamente, função das diferenças entre classes. Logo, a variância das últimas  $(p-m)$  componentes pode representar informações importantes para discriminar as classes de interesse. Desta forma, a Análise dos Componentes Principais deveria ser usada em conjunto com um método apropriado para determinar qual das possíveis componentes deveriam ser selecionadas, para que as diferenças entre as classes fossem maximizadas.

Já o procedimento de Análise Canônica visa a discriminação entre as classes (Análise Discriminante Múltipla). Se o número de classes,  $k$ , é menor do que o número de atributos originais,  $p$ , então o número de atributos obtidos por este procedimento é igual ao número de classes menos um  $(k-1)$ . Os novos atributos podem ser utilizados como entrada para o processo de classificação, sendo um método mais adequado do que a análise dos Componentes Principais. Outra aplicação importante é formar uma composição colorida de eixos canônicos que se mostra bastante útil para interpretação visual de imagens de áreas heterogêneas, pois os novos atributos maximizam as diferenças entre as categorias de uso do solo presentes na cena (Mather, 1987).

O Modelo de Mistura mostrou-se satisfatório como forma de redução da dimensionalidade para o processo de classificação multiespectral. Para isto, no entanto, é necessário que as proporções sejam calculadas a partir de componentes primários cuja mistura represente as classes encontradas na cena. É válido notar também que, a composição colorida das bandas sintéticas é também bastante útil para interpretação visual da distribuição das classes, além de fornecer informações sobre características estruturais (na escala sub-pixel) dos alvos. Pode-se dizer até que, qualitativamente, seja superior (em termos de discriminação visual entre as classes) às obtidas pelos outros métodos.

Além disso, nas novas bandas, as classes não são descritas em função das suas respostas espectrais em várias bandas do espectro eletromagnético (assinaturas espectrais), mas simplesmente em função de uma característica física (proporções dos componentes primários). Portanto, não existe a dependência de se conhecer a assinatura espectral de cada classe para realizar a interpretação visual, mas apenas suas características estruturais.

No entanto, o tempo computacional do Modelo de Mistura não pode ser desconsiderado. Logo, para cada aplicação, deve-se estabelecer um compromisso entre o que se deseja obter e o fator custo.

CAPÍTULO 6CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Esta dissertação teve por objetivo analisar o efeito obtido no processo de classificação automática pela utilização de bandas sintéticas derivadas das proporções dos materiais escolhidos como componentes primários em uma cena. A seguir, são apresentadas as conclusões extraídas desta análise.

O principal fator na determinação das diferenças observadas nos resultados dos experimentos foi a escolha dos componentes primários. A influência desta escolha refletiu nas duas fases dos experimentos:

**FASE 1: APLICAÇÃO DOS ESTIMADORES DE PROPORÇÕES**

Os métodos adotados nesta dissertação, Mínimos Quadrados com Restrições (MQR) e Mínimos Quadrados Ponderado (MQP), propostos por Shimabukuro (1987), tratam de formas diferentes as violações das restrições impostas às proporções. Os métodos apresentam resultados similares quando as restrições não são violadas. No entanto, quando ocorre o contrário, o MQR gera proporções que não são linearmente relacionadas as bandas originais, e o MQP recalcula as proporções, através de um processo iterativo, até que as restrições sejam satisfeitas. Este fato influencia o tempo computacional requerido pelos métodos: o MQP torna-se mais caro, em termos computacionais, à medida que aumenta o número de pontos na cena não representados pelo "simplex" de sinais, i.e, não representados pela mistura dos componentes primários.

A vantagem da utilização do MQP é não haver limitação quanto ao número de componentes (que deve apenas ser menor do que o número de bandas), enquanto o MQR está limitado a um número fixo de componentes. No entanto, o tempo computacional do MQP cresce consideravelmente também em função do número de componentes e bandas utilizadas.

A maior vantagem da utilização do MQR, além do menor tempo computacional, está, justamente, no fato de ser não linear nos pontos nos quais as restrições são violadas. Nestes pontos, as bandas sintéticas fornecem informações ao classificador de Máxima Verossimilhança diferentes das fornecidas pelas bandas espectrais. É importante notar que este fato é uma vantagem para pixels que representam detalhes na cena cujas assinaturas espectrais não correspondem a combinações dos componentes primários, como ocorreu no experimento "ITAPEVA" (carreadores internos), no qual, na maior parte dos pixels, os componentes representam de forma adequada as classes na cena.

## **FASE 2 : ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DAS BANDAS SINTÉTICAS NO PROCESSO DE CLASSIFICAÇÃO AUTOMÁTICA**

Com base nos resultados obtidos, concluiu-se que os componentes primários devem ser tais que suas proporções indiquem diferenças estruturais dos alvos (nos casos estudados, alvos florestais). Confirmou-se a importância do componente SOMBRA para explicar diferenças encontradas na estrutura do dossel e a influência positiva destas informações no processo de classificação automática, através do experimento "ITAPEVA": embora os valores de desempenho médio estimados não tenham apresentado variações significativas (além de, em ambos os experimentos, os desempenhos quando utilizadas as bandas originais já se apresentarem bastante altos), pela análise qualitativa das imagens temáticas obteve-se alguma melhoria quando utilizadas as

bandas sintéticas no lugar das bandas originais.

Utilizar somente bandas sintéticas (geradas com base em componentes corretamente escolhidos) pode ser visto como um método de redução da dimensão do espaço de atributos. Os resultados obtidos pela classificação multiespectral, quando utilizadas as bandas sintéticas, mostraram que o Modelo de Mistura pode ser empregado como um método comparável aos métodos usualmente utilizados em Sensoriamento Remoto. Além disso, concluiu-se, pela análise qualitativa da composição colorida das bandas sintéticas, que elas podem ser úteis para interpretação visual, apresentando como vantagem o fato de que suas informações representam conceitos físicos (proporções dos componentes primários) mais facilmente assimiláveis do que as assinaturas espectrais dos alvos.

Os resultados obtidos pela adição de bandas sintéticas às originais, em ambos os experimentos, não foram favoráveis. As bandas sintéticas apresentam altíssima variância e, quando adicionadas às originais, aumentam muito o nível de detalhe e misturam informações conceitualmente diferentes. Mesmo no experimento "ITAPEVA", onde foi empregado o MQR (não linear nos pontos nos quais as restrições são violadas), os resultados obtidos foram negativos.

No experimento "MOGI-GUAÇU" foram adotados como componentes primários os tipos de uso do solo encontrados na área de estudo. Através destes componentes, não foi possível identificar características estruturais dos alvos e também não se obteve uma boa discriminação entre as classes. Sugere-se que novos experimentos sejam realizados nesta área de estudo, separadamente para os plantios de eucalyptus e pinus, tomando como componentes primários os mesmos utilizados no experimento "ITAPEVA": VEGETAÇÃO, SOLO

e SOMBRA. Um experimento complementar seria, como proposto por Adams et al. (1990), normalizar a proporção de VEGETAÇÃO e SOLO em relação à fração de SOMBRA; desta forma, além de diminuir a dimensão do espaço de atributos, a proporção obtida refletiria a real cobertura de vegetação no terreno.

Com relação à análise de Imagem de Erro, é importante observar que nesta dissertação elas foram realizadas de acordo com a proposta de Adams (1990), isto é, níveis de cinza acima de 5 foram considerados com erro. No entanto, é necessário que este limite seja estudado com maior profundidade, pois o autor não esclarece sobre qual a forma de obtenção valor. Sugere-se que seja realizado um Teste de Hipóteses sobre o resíduo para solucionar o problema de estabelecer este limite.

Devido à importância crucial da escolha apropriada dos componentes primários, recomenda-se o desenvolvimento de novas ferramentas para auxiliar este processo como, por exemplo, a implementação de um Banco de Dados de curvas espectrais de componentes primários, conforme proposto por Adams (1990) (seção 2.3.2). Uma opção mais simples seria o desenvolvimento de técnicas para descobrir os pontos que englobam os dados da imagem ou, então, de ferramentas auxiliares para a procura de pixels puros na imagem como, por exemplo, um utilitário para leitura dos valores multiespectrais dos pixels que fornecesse, além destes valores, um gráfico apresentando a curva espectral deste ponto. Esta técnica pode ser útil para comparar as curvas dos pixels às curvas de materiais puros encontrados na literatura. Neste caso, é desejável que os dados orbitais sejam transformados para reflectância aparente e que seja efetuado algum processo de correção dos efeitos atmosféricos.

Finalmente, é importante ressaltar que se deve, para cada aplicação, estabelecer um compromisso entre as vantagens oferecidas pelo Modelo de Mistura e o custo computacional envolvido. Os métodos de estimação de proporções estão disponíveis em ambiente SITIM no LTID (Laboratório de Tratamento de Imagens Digitais - INPE), assim como as ferramentas utilizadas nesta dissertação para auxiliar a escolha dos componentes primários. Espera-se que sejam estudadas novas aplicações destes métodos e que, futuramente, com a utilização de hardwares mais potentes (como as workstations, por exemplo), a influência do alto custo computacional seja minimizada.





REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adams, J. Spectral mixture analysis. São José dos Campos, SP, maio 1990. Comunicação Pessoal.
- Adams, J.; Kapos, V.; Smith, M.O; Almeida Filho, R.; Gillespie, A.R.; Roberts, D.A. A new Landsat view of land use in Amazonia. In: International Symposium on primary data acquisition, 1., Manaus, AM, 1990. Proceedings. São José dos Campos, SP, 1990. v. 28, p. 177-170.
- Ardeo, V.L. Desenvolvimento de algoritmos de classificação de imagens multiespectrais. Trabalho de graduação. São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Divisão de Engenharia Aeronáutica, 1983.
- Correia, V.R.M. Estudo das medidas de qualidade para estimação de proporções de classes em elementos de resolução de imagens. (Dissertação de Mestrado em Análise de Sistemas) - Instituto de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1983.
- Detchmendy, D.M.; Pace, W.H. A model spectral signature variability for mixtures. In: Shahrokhi, F. ed., Remote sensing of earth resources. Tullahoma, TN, The University of Tennessee, 1972, v. 1, p. 596-620.
- Duda, R.O.; Hart, P.E. Pattern classification and scene analysis. New York, NY, Wiley Interscience, 1973.
- Epiphânio, J.C.N.; Formaggio, A.R. Abordagem do uso de número digital e de reflectância em Sensoriamento Remoto com dados de satélites. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 5., Natal, RN, 1988. Anais. São José dos Campos, SP, 1988, v. 2, p. 400-405.

- Fukunaga, K. Introduction to statistical pattern recognition. New York, NY, Academic Press, 1972.
- Hallum, C.R. On a model for optimal proportions estimates for category mixtures. In: International Symposium on Remote Sensing of Environment, 8., Ann Arbor, MI, Oct. 2-6, 1972. Proceedings. Ann Arbor, MI, Willow Run Laboratories, 1972, p. 951-958.
- Heimes, F.J. Effects of scene proportions on spectral reflectance in lodgepole pine. (Master of Science Dissertation) - Colorado State University, Fort Collins, CO, 1977.
- Hernandez Filho, P.; Lee, D.C.L.; Ramos, F.S.R.; Almeida, S.A.O. Avaliação de dados TM/Landsat e HRV/SPOT em áreas reflorestadas. São José dos Campos, SP, INPE, 1988.
- Horwitz, H.M.; Nalepka, R.F.; Ryde, P.D.; Morgenstern, J.P. Estimating the proportions of objects within a single resolution element of a multispectral scanner. In: International Symposium on Remote Sensing of Environment, 7., Ann Arbor, MI, May 7-21, 1971. Proceedings. Ann Arbor, MI, Willow Run Laboratories, 1971, p. 1307-1320.
- Horwitz, H.M.; Hide, P.D.; Richardson, W. Improvements in estimation proportions of objects from multispectral data; report. Ann Arbor, MI, ERIM, 1974. 72 p. (NASA CR-ERIM 190100-24-T).
- Horwitz, H.W., Lewis, J.T.; Pentland, A.P. Estimating proportions of objects from multispectral data; final report. Ann Arbor, MI, ERIM, 1975. 117 p. (NASA CR-ERIM 109600-13-F).

- Markham, B.L.; Barker, J.L. Radiometric properties of U.S. processed Landsat MSS data. Remote Sensing of Environment, 22(1): 39-71, 1986.
- Mascarenhas, N.D.A.; Velasco, F.R.D. Processamento digital de imagens. São Paulo, Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Estadual de São Paulo, 1984. 2 v. IV Escola de Computação, São Paulo, 12 a 20 de Julho de 1984.
- Mather, P.M. Computer processing of remotely sensed images. New York, NY, John Wiley, 1987.
- Maybeck, P.S. Stochastic models, estimation and control. New York, NY, Academic Press, 1979. v.1
- Nalepka, R.F.; Hyde, P.D. Classifying unresolved objects from simulated space data. In: International Symposium on Remote Sensing of Environment, 8., Ann Arbor, MI, 1972. Proceedings. Ann Arbor, MI, Willow Run Laboratories, 1972, p. 935-949.
- Nelson, D.L. Quadratic Programming Techniques using Matrix Pseudoinverse. (Ph.D. Dissertation) - Texas Tech University, Lubbock, TX, 1970.
- Pace, W.H.; Detchmendy, D.M. A fast algorithm for the decomposing of multispectral data into mixtures. In: Shahrokhi, F. ed. Remote sensing of earth resources. Tullahoma, TN, The University of Tennessee, 1973. v. 2, p. 831-847.
- Ranson, K.J. Computer assisted classification of mixtures with simulated spectral signatures. (Master of Science dissertation) - Colorado State University, Fort Collins, CO, 1975.

- Richards, J.A. Remote Sensing digital image analysis. Berlin, Germany, Springer-Verlag, 1986.
- Robinove, C.J. Computation of physical values from Landsat digital data. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 48(5): 781-784, 1982.
- Rust, B.W.; Burrus, W.R. Mathematical programming and the numerical solution of linear equations. New York, NY, Elsevier, 1972.
- Schowengerdt, R.A. Techniques for image processing and classification in remote sensing. New York, NY, Academic Press, 1983.
- Shimabukuro, Y.E. Shade images derived from linear mixing models of multispectral measurements of forested areas. (Doctor of Philosophy Dissertation) - Colorado State University, Fort Collins, CO, 1987.
- Swain, P.H.; Davis, S.M. Remote sensing: the quantitative approach. New York, NY, McGraw-Hill, 1978.
- Theil, H. Introductions to econometrics. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1979.
- Tou, J.T.; Gonzalez, R.C. Pattern recognition principles. Massachusetts, Addison-Wesley, 1974.

APÊNDICE AESTIMATIVA DE PARÂMETROS PELO MÉTODO DE MÁXIMA  
VEROSSIMILHANÇA (MAXVER)

Dado  $X = (X_1, \dots, X_n)$  uma amostra aleatória de alguma distribuição caracterizada por um parâmetro desconhecido (mas não aleatório). Este pode ser a média da distribuição, a variância ou outro parâmetro qualquer.

Sendo  $f(X/\theta)$  a função densidade da distribuição, e supondo a independência das amostras, a função densidade quando avaliada para os valores da amostra é

$$f(X_1/\theta) \cdot f(X_2/\theta) \dots f(X_n/\theta) \quad (\text{A.1})$$

Esta função pode ser interpretada como a densidade de probabilidade de se obter a amostra dado que  $\theta$  é o valor do parâmetro, ou como uma função de  $\theta$  dada a amostra. Podemos reescrever (A.1) como

$$L(X_1, \dots, X_n; \theta) \quad (\text{A.2})$$

que é conhecida como função de verossimilhança. O método MAXVER propõe a utilização, como estimador de  $\theta$ , do valor  $\hat{\theta}$  que maximize a função de verossimilhança. Intuitivamente, corresponde a escolher o valor  $\hat{\theta}$  que implique numa maior densidade de probabilidade da amostra. Quando a distribuição é caracterizada por diversos parâmetros desconhecidos, a maximização da função de verossimilhança é feita com respeito a cada parâmetro; então, supomos

$$\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$$

um vetor de parâmetros.

Com propósitos analíticos, normalmente é mais fácil trabalhar com o logaritmo da função (A.2), do que a função propriamente. Como a função logaritmo é monotonicamente crescente, o valor que maximize (A.2), também maximizará seu logaritmo.

Se o máximo respeita os limites do parâmetro  $\theta$ , e (A.2) tem a primeira derivada contínua, então  $\theta$  pode ser encontrado pelos métodos padrões de cálculo diferencial:

Sendo  $\Delta_{\theta}$  o operador gradiente, isto é,

$$\Delta_{\theta} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial}{\partial \theta_m} \end{pmatrix}$$

e

$$F(\theta) = \log L(X_1, \dots, X_n; \theta) = \sum_{i=1}^n \log f(X_i / \theta) \quad (\text{A.3})$$

Então, o conjunto de condições necessárias para obter o estimador de máxima verossimilhança é obtido pelas  $m$  equações

$$\nabla_{\theta} F = \sum_{k=1}^n \nabla_{\theta} \log f(x_k/\theta) = \underline{0} \quad (\text{A.4})$$





APÊNDICE BO MODELO LINEAR PADRÃO  
(OU MODELO DE REGRESSÃO LINEAR CLÁSSICO)

$$\hat{b} = Ax + \hat{\varepsilon} \quad (\text{B.1})$$

onde,

$x$  = vetor  $n$ -dimensional desconhecido;

$\hat{b}$  = vetor  $m$ -dimensional de observação;

$A$  = matriz  $m \times n$  de elementos constantes conhecidos; e

$\hat{\varepsilon}$  = vetor  $m$ -dimensional estocástico dos erros observados, que satisfaz:

$$E(\hat{\varepsilon}) = 0 \quad e \quad (\text{B.2})$$

$$E(\varepsilon \varepsilon^t) = S \quad (\text{B.3})$$

onde,

$S$  matriz  $m \times m$  positiva definida de covariância do vetor observado:

$$S = \Sigma \hat{b} = E [(\hat{b} - E(\hat{b})) (\hat{b} - E(\hat{b}))^T] \quad (\text{B.4})$$

Se todos os  $\hat{b}_j$  são não correlatos, então  $S$  torna-se uma matriz diagonal, e se adicionalmente todos tenham a mesma variância  $\sigma^2$ , então

$$S = \sigma^2 I \quad (\text{B.5})$$

(B.3) pode ser reescrita da seguinte forma

$$E(\hat{b}) = Ax \quad (\text{B.6})$$

$$\Sigma \hat{b} = E[(\hat{b} - Ax) (\hat{b} - Ax)^T] = S \quad (\text{B.7})$$

O modelo de regressão linear clássico assume que  $m \geq n$  e que a matriz  $A$  tem colunas linearmente independentes, isto é,  $\text{posto}(A) = n$ .

### MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O procedimento dos mínimos quadrados procura o estimador  $\hat{x}$  que minimize a forma quadrática:

$$\theta(x) = (\hat{b} - Ax)^T S^{-1} (\hat{b} - Ax) \quad (\text{B.8})$$

O mínimo é dado por

$$\frac{d\theta}{dx} = -2 A^T S^{-1} \hat{b} + 2 A^T S^{-1} Ax = 0 \quad (\text{B.9})$$

ou

$$A^T S^{-1} Ax = A^T S^{-1} \hat{b} \quad (\text{B.10})$$

Estas equações são chamadas de equações normais e sua solução é dada por:

$$\hat{x} = (A^T S^{-1} A)^{-1} A^T S^{-1} \hat{b} \quad (\text{B.11})$$

$$E(\hat{x}) = x \quad (\text{B.12})$$

$$\text{cov}(\hat{x}) = (A^T S^{-1} A)^{-1} \quad (\text{B.13})$$

Em muitos casos não se tem conhecimento sobre a matriz de covariância  $S$ . O procedimento utilizado nestes casos é utilizar o método dos mínimos quadrados ponderado

$$\hat{x} = (A^T W^{-1} A)^{-1} A^T W^{-1} \hat{b} \quad (\text{B.14})$$

que minimiza a forma quadrática

$$\theta (\hat{x})_{MQ} = (\hat{b} - A\hat{x})^T W^{-1} (\hat{b} - A\hat{x}) \quad (\text{B.15})$$

onde  $W$  é uma matriz positiva-definida.

#### A ESTIMATIVA DE PARÂMETROS MAXVER NO MODELO LINEAR PADRÃO

Supondo que o vetor  $\hat{\epsilon}$  tem distribuição normal, e uma vez que o modelo linear padrão garante que eles são não correlatos ( $S$  diagonal conforme equação B.5) com média zero e variâncias iguais, agora eles são independentemente distribuídas de acordo com a mesma lei normal.

A função densidade conjunta dos  $\epsilon_1, \dots, \epsilon_m$  é

$$L(\hat{x}) = \frac{1}{|2\pi|^{\frac{m}{2}} |S|^{\frac{1}{2}}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\hat{b} - A\hat{x})^T S^{-1} (\hat{b} - A\hat{x}) \right] \quad (\text{B.16})$$

$$\log_e L(\hat{x}) = -\frac{m}{2} \log_e 2\pi - \frac{1}{2} \log_e |S| - \frac{1}{2} (\hat{b} - A\hat{x})^T S^{-1} (\hat{b} - A\hat{x}) \quad (\text{B.17})$$

A estimativa MAXVER é obtida selecionando o valor para a qual (B.17) obtenha seu maior valor. Como o terceiro termo da expressão (B.17) é o único que depende do valor de  $x$ , maximizar (B.17) é o mesmo que minimizar

$$\theta_{MV}(\hat{x}) = (\hat{b} - A\hat{x}) S^{-1} (\hat{b} - A\hat{x})^T \quad (B.18)$$

Nota-se que, sob a suposição de distribuição normal de  $[e_j]$ , a estimativa MAXVER é equivalente à estimativa por Mínimos Quadrados.

APÊNDICE CSISTEMA BEM-CONDICIONADO E MAL-CONDICIONADO

Nos métodos apresentados no Apêndice B para o modelo linear padrão,

$$\hat{b} = Ax + \hat{\varepsilon} \quad (C.1)$$

o vetor  $\hat{x}$  estimado é o valor particular do vetor  $z$  que minimiza a forma quadrática

$$\theta(z) = (\hat{b} - Az)^T S^{-1} (\hat{b} - Az) \quad (C.2)$$

Para um valor de  $\hat{b}$  particular, a Equação C.2 é a equação de uma forma quadrática que chamamos superfície residual.

O valor mínimo desta função é

$$r_0 = (b - A\hat{x})^T S^{-1} (b - A\hat{x}) \quad (C.3)$$

Sendo  $k$  uma constante, a projeção no plano- $z$  do contorno  $(r_0 + k^2)$  da superfície residual é um  $k$ -elipsoide centrado em  $\hat{x}$ , cuja fórmula é

$$(z - \hat{x})^T A^T S^{-1} A(z - \hat{x}) = k^2 \quad (C.4)$$

$$\text{cov}(\hat{x}) = (A^T S^{-1} A)^{-1} \quad (C.5)$$

A Figura C.1 mostra uma superfície residual e um  $k$ -elipsoide para um problema com  $n = 2$ .

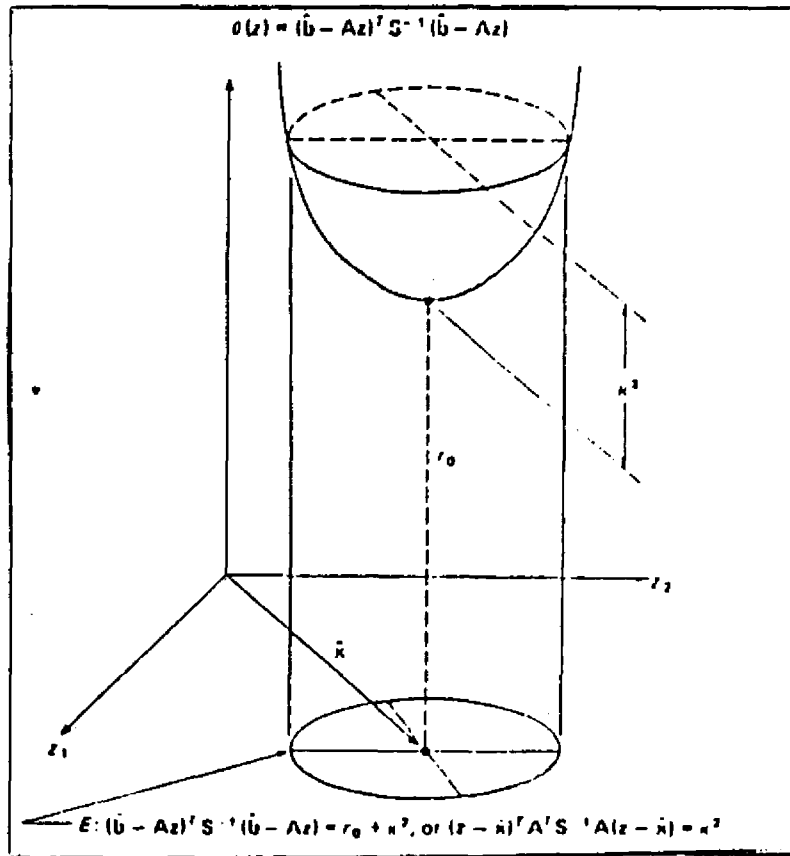


Fig. C.1 - Superfície residual e um  $k$ -elipsóide para um problema com  $n = 2$ .

FONTE: Rust e Burrus (1972), p. 42,

O volume do  $k$ -elipsóide está associado a um nível de confiança para  $\hat{x}$ , os autovetores da matriz  $A^T S^{-1} A$  fornecem a direção dos eixos principais, e os valores singulares associados são inversamente proporcionais aos eixos principais através da relação:

$$r_i = \frac{2k}{\omega_i} \quad (C.6)$$

onde  $\omega_i$  é a raiz quadrada positiva do autovalor associado ao  $i$ -ésimo autovetor.

A localização do elipsóide depende dos valores amostrais particulares de  $\hat{b}$ , que determinam o vetor  $\hat{x}$  através das equações normais

$$A^T S^{-1} A \hat{x} = A^T S^{-1} \hat{b} \quad (C.7)$$

Dizemos que as equações normais são mal condicionadas se pequenas mudanças no vetor  $\hat{b}$  produzem grandes mudanças em  $\hat{x}$ . A Figura C.2 ilustra k-elipsóides para problemas bem-condicionados e mal-condicionados.

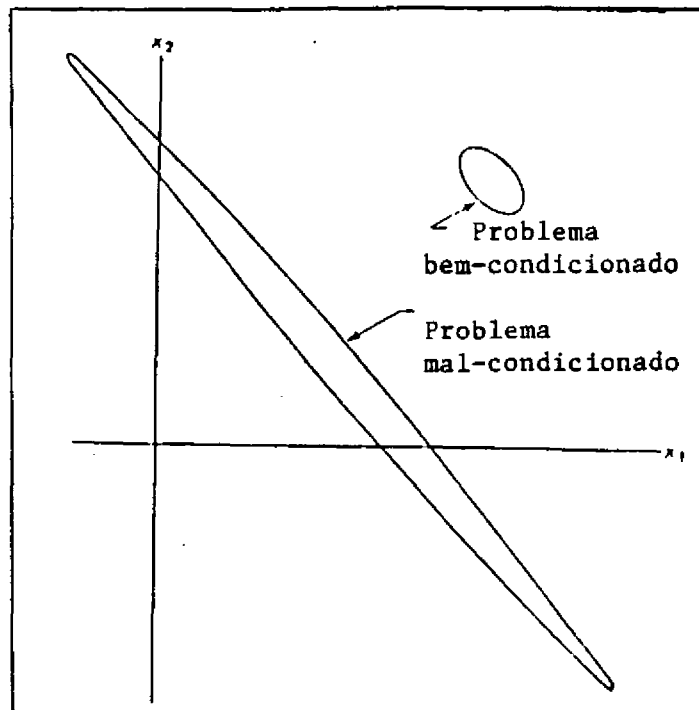


Fig. C.2 - k-elipsóides para um problema bem-condicionado e para um problema mal-condicionado.

FONTE: Rust e Burrus (1972), p. 54.



Da Equação C.6 temos que o comprimento do eixo principal é

$$r_n = \frac{2k}{\omega_n} \quad (\text{C.8})$$

e do eixo menor

$$r_1 = \frac{2k}{\omega_1} \quad (\text{C.9})$$

Logo, a razão entre os dois eixos, isto é,  $\frac{r_n}{r_1}$

$= \frac{\omega_1}{\omega_n}$ , conhecida como número de condição, indica se as equações normais são mal-condicionadas, isto é, se um eixo é muito maior do que o outro.

APÊNDICE DA INVERSA GENERALIZADA

Tomando o modelo linear da equação B.1

$$\hat{b} = Ax + \hat{\varepsilon} \quad (D.1)$$

onde,

$x$  = vetor  $n$ -dimensional desconhecido

$\hat{b}$  = vetor  $m$ -dimensional de observação;

$A$  = matriz  $m \times n$  de elementos constantes conhecidos, e

$\hat{\varepsilon}$  = vetor  $m$ -dimensional estocástico dos erros observados,

No modelo clássico de regressão linear (ou modelo Linear Padrão), descrito no Apêndice B,  $m \leq n$  e a matriz  $A$  tem colunas linearmente independentes, isto é, que posto  $(A) = n$ . Estas condições garantem que haja um vetor solução único.

Caso posto  $(A) < n$ , o número de condição (APÊNDICE C) será infinito, pois  $\omega_n = 0$ , e haverá um número infinito de soluções.

Em alguns casos, ainda é possível resolver o problema, e para isso é necessário o conceito de inversa generalizada:

Seja  $B$  uma matriz  $m \times n$ ; existe uma única matriz real  $B^+$   $n \times m$  que satisfaça as seguintes condições:

$$(B^+B)^T = B^+B \quad (D.2)$$

$$(BB^+)^T = BB^+ \quad (D.3)$$

$$BB^+B = B \quad (D.4)$$

$$B^+BB^+ = B^+ \quad (D.5)$$

Se  $B$  é quadrada e não singular, então  $B^+ = B^{-1}$ ; se  $B$  é retangular  $m \times n$  e  $m \geq n$ , e posto  $(B) = n$ , então

$$B^+ = (B^TB)^{-1} B^T \quad (D.6)$$

Se  $B$  é retangular  $m \times n$  e  $m \leq n$ , e posto  $(B) = m$ , então

$$B^+ = B^T(BB^T)^{-1} \quad (D.7)$$

#### CONDIÇÃO DE CONSISTÊNCIA

Considerando o sistema de equações lineares

$$Bz = d \quad (D.8)$$

onde,

$B$  é uma matriz  $m \times n$

$d$  é o vetor  $m \times 1$

A condição necessária e suficiente para o sistema ter solução é

$$BB^+d = d, \quad (D.9)$$

denominada condição de consistência. Quando o sistema é consistente ele pode ter uma ou várias soluções dependendo do posto de B. A Tabela D.1 lista as possibilidades.

TABELA D.1 - POSSÍVEIS SISTEMAS CONSISTENTES DE EQUAÇÕES LINEARES

$m = n$	posto (B) = n solução única $z = B^{-1} d$
$Bz = d$	posto (B) < n muitas soluções
$m > n$	posto (B) = n solução única $z = (B^T B)^{-1} B^T d$
$Bz = d$	posto (B) < n muitas soluções
$m < n$	muitas soluções
$Bz = d$	

FONTE: Rust e Burrus (1972), p. 61.

Para uma dada amostra, a expressão é minimizada por qualquer vetor  $z$  da forma:

$$\hat{z} = B^+ \hat{d} + [I - B^+ B] v, \quad (D.10)$$

onde  $v$  é um  $n$ -vetor arbitrário.

Voltando ao modelo de regressão linear clássico modificado,

$$\hat{b} = Ax + \hat{\varepsilon}, \quad (D.11)$$

onde posto  $(A) < n$ . Neste caso, não há estimador não tendencioso, mais ainda é possível minimizar a forma quadrática dos Mínimos Quadrados.

$$\theta(z) = (\hat{b} - Az)^T S^{-1} (\hat{b} - Az) \quad (D.12)$$

onde  $S^{-1}$  é positiva definida, e pode ser fatorada em

$$S^{-1} = H^T H \quad (D.13)$$

onde  $H$  é uma matriz simétrica não singular. Caso a condição de consistência seja satisfeita, a forma quadrática pode ser minimizada por qualquer vetor  $z$  da forma

$$\hat{z} = (HA)^+ H\hat{b} + [I - (HA)^+ HA] v \quad (D.14)$$

onde  $v$  é um vetor arbitrário no mesmo espaço que as linhas de  $A$ .

A Figura D.1 mostra o conjunto  $M$  (conjunto de todos os vetores solução) e a superfície residual para um problema com  $n = 2$  e posto  $(A) = p = 1$ . Os  $k$ -elipsóides são obtidos cortando a superfície residual com planos paralelos ao plano  $z$  e projetando a intersecção no plano  $z$ , tendo  $M$  como um de seus eixos principais.





APÊNDICE ECONVERSÃO DOS NÚMEROS DIGITAIS PARA VALORES DE REFLECTÂNCIA

Os números digitais dos dados Landsat-TM foram convertidos em valores de reflectância. A justificativa para tal transformação é que números digitais em CCT ("Computer Compatible Tape") não representam quantitativamente valores físicos reais. Robinove (1982) sugere converter os números digitais para valores físicos (radiância e reflectância) para evitar conclusões incorretas das análises feitas sobre estes dados. Robinove também afirma que radiância e reflectância são corretas em um sentido físico e são mais facilmente entendidos pelo usuário que números digitais.

Além disso, a conversão gera uma base de comparação mais normalizada em cenas simples, ou entre imagens tomadas por diferentes sensores e/ou diferentes datas (Markham e Barker, 1986).

A discrepância que ocorre entre números digitais e valores de reflectância é devida aos parâmetros de calibração do sensor, os quais determinam as diferentes relações entre as radiâncias e os números digitais dependendo da banda analisada, da localização da área e da data de passagem. Desta forma, segundo Epiphânio (1988), a análise inter-bandas baseada em números digitais não conduz a uma avaliação segura do comportamento espectral dos alvos.

A recuperação do valor original de radiância a partir do número digital corrigido pode ser feita através da aplicação da Equação linear E.1 que relaciona estas duas variáveis.



$$ND = G * L + B \quad (E.1)$$

onde,

ND = número digital,

L = radiância espectral em  $(mw.cm^{-2}.sr^{-1}.\mu m^{-1})$

G = ganho em  $(QCALMAX/(RMAX - RMIN))$

B = "off-set" em  $-(QCALMAX + RMIN)/(RMAX - RMIN)$

a Equação E.1 pode ser expressa na forma:

$$L = (QCAL/QCALMAX) * (RMAX - RMIN) + RMIN \quad (E.2)$$

onde,

RMIN = radiância espectral correspondente ao número digital zero em  $(mw.cm^{-2} . sr^{-1} . \mu m^{-1})$

RMAX = radiância espectral mínima necessária para gerar uma resposta espectral máxima igual a 255 radiância de saturação) em  $(mw. cm^{-2} . sr^{-1} . \mu m^{-1})$

QCAL = radiância calibrada e quantizada em unidades de ND (números digitais)

QCALMAX = limite de radiância em ND (números digitais)  
Para dados LANDSAT-TM, QCALMAX = 255 em todas as bandas.

A conversão dos valores de radiância calculados para reflectância é feita usando a fórmula apresentada por Markham e Barker (1986):

$$\rho = (\pi * L\lambda * d^2) / (E_{sun\lambda} * \cos \theta_s) \quad (E.3)$$

onde,

$\rho$  = reflectância aparente medida no topo da atmosfera  
(no intervalo de 0,0 a 1,0)

$L\lambda$  = radiância espectral no detetor calculada a partir  
da fórmula E.2

$d$  = distância Terra-Sol, em unidades astronômicas

$E_{sun\lambda}$  = irradiância solar exoatmosférica média ( $mw \cdot$   
 $cm^{-2} \cdot m^{-1}$ )

$\theta_s$  = ângulo zenital solar, em graus.

O ângulo zenital deve ser calculado para cada imagem utilizada, utilizando a fórmula (Walraven, 1978 citada por Shimabukuro, 1987):

$$\cos \theta_s = \sin \phi * \sin \delta + \cos \phi * \cos \delta * \cos H \quad (E.4)$$

onde,

$\phi$  = latitude da área

$\delta$  = declinação do sol no horário que a imagem do satélite é adquirida (passagem do satélite)

$H$  = ângulo horário no momento da passagem do satélite

$H = \alpha - \beta$

onde,

$\alpha$  = tempo sideral aparente local

$\beta$  = ascensão direita aparente

O programa utilizado para efetuar a transformação dos números digitais dos dados Landsat 5 (TM) para valores de reflectância aparente faz parte do SITIM (Sistema de Tratamento de Imagens) desenvolvido pelo INPE e, atualmente, está disponível no LTID-INPE (Laboratório de Tratamento de Imagens Digitais).

Os valores calculados por este procedimento são valores de reflectância aparente, pois não é efetuado nenhum tipo de correção atmosférica nos dados. Estas medidas de reflectância assumem que os alvos são lambertianos e os efeitos da atmosfera nas respostas dos alvos são também lambertianos (Robinove, 1982; Nelson, 1970 citados por Shimabukuro, 1987)