

APLICAÇÃO DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA À ANÁLISE DE IMAGENS DE SENSORIAMENTO REMOTO

ANA LÚCIA BEZERRA CANDEIAS¹
Autora

GERALD JEAN FRANCIS BANON²
Orientador

^{1,2}INPE – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Caixa Postal 515, 12201–970
São José dos Campos, SP, Brasil
{analucia, banon}@dpi.inpe.br

Resumo

Este trabalho apresenta à comunidade de Sensoriamento Remoto o uso de novas ferramentas para a extração de informação em imagens digitais. Estas ferramentas são oriundas de uma teoria matemática chamada de Morfologia Matemática, proposta nos anos 60 na França. Estas ferramentas são tipicamente não lineares e raramente disponíveis em softwares convencionais. É mostrado por meio de exemplos, como estas ferramentas podem ajudar na análise de imagens de Sensoriamento Remoto. Os exemplos são baseados em problemas reais e mostra-se que mesmo aparentemente distintos estes problemas possuem algo em comum. Estes exemplos são armazenados em uma biblioteca digital (URLib) e podem ser acessados através de quatro tabelas via Internet. A primeira tabela fornece o acesso aos exemplos através dos seus títulos, a segunda através dos objetos extraídos das imagens tais como drenagem, nuvens, etc., e a terceira através dos atributos extraídos tais como: alongado, quase arredondado, etc. A última tabela refere-se às transformações efetuadas sobre as imagens tais como: fusão, homogeneização, extrapolação etc. Este conjunto de exemplos podem auxiliar na solução de outros problemas similares em análise de imagens de Sensoriamento Remoto.

Abstract

This work presents to the Remote Sensing Community new tools to extract informations from digital images. These tools are from a mathematical theory called Mathematical Morphology and they were proposed in the sixties, in France. Such tools are typically non linear and they are rarely available in conventional image processing softwares. This work shows, through examples, how these tools

can help in Remote Sensing image analysis. Some examples are chosen from real problems and show that their solutions have the same objective of information extraction. These examples are stored in a digital library (URLib) and can be accessed through four tables by Internet. The first table gives access to the examples by through their titles. The second one through the extracted objects like drainage, clouds, etc. The third table gives access to the examples by mentioning the object attributes like, almost circular, elongated, etc. Finally, the last one by referring to some transformations over the images like, fusion, homogenization, extrapolation, etc.. This set of examples should help to find out the solution for similar image analysis problems.

1 – INTRODUÇÃO

As imagens de Sensoriamento Remoto (SR) possuem alto grau de complexidade devido a sua textura, ruído, diversidade de sensores, etc., e por consequência, a análise automática destas imagens não é trivial.

A extração de informação de imagens digitais é de grande importância para várias áreas do conhecimento tais como: SR, Medicina, Biologia, Engenharia dos Materiais, Visão, etc.. Entretanto, é raramente possível, em softwares convencionais, extrair informação de uma imagem a partir da análise de estruturas geométricas de seus objetos.

A MM resolve de forma eficiente problemas de extração de informação a partir da análise das estruturas geométricas dos alvos contidos nas imagens digitais. Este fato é uma característica única da MM, pois na literatura, cada tipo de problema de análise de imagens é resolvido por uma técnica própria que não é não são em geral úteis para outros problemas.

Historicamente, Destival (1986) é uma das pioneiras na aplicação da MM à análise de imagens de SR. Ela mostra uma comparação entre a abordagem clássica vista na literatura e a abordagem usando as ferramentas da MM. Ainda na década de oitenta, trabalhos desenvolvidos por Flouzat (1989) e Banon e Barrera (1989) mostram o potencial da MM na análise de imagens na área de SR. Na década de noventa, continuou-se o estudo da MM para extração de informações de imagens e alguns trabalhos na área de SR e Geoprocessamento mostraram resultados bastante significativos. Dentre eles podemos citar: Ansoult e Soille (1990), Candeias e Fernandez (1993), Banon e Candeias (1993), Candeias et al. (1995), Candeias e Sousa (1996), Candeias (1996a) e Candeias(1996b).

Barrera (1992) e Banon e Barrera (1994) descrevem um ótimo histórico do crescimento desta teoria que hoje é intensivamente estudada em vários centros de pesquisas e universidades em todo mundo. Aqui no Brasil, alguns institutos e universidades estão atualmente trabalhando com MM e participam do projeto PROTEM-CC AniMoMat (Análise de Imagens por ferramentas da Morfologia Matemática) (Banon, 1995b). O objetivo é a

difusão da MM e das suas aplicações em várias áreas do conhecimento. Este trabalho faz parte deste projeto e mostra através de exemplos como a MM pode auxiliar em diversos problemas de análise de imagens de SR.

Um passo importante no desenvolvimento das metodologias para extração de informação foi a utilização da plataforma KHOROS (Konstantinides e Rasure, 1994) e de uma caixa de ferramentas denominada MMach (**M**orphological **M**achine) apresentada em Barrera et al. (1995).

Na tese são apresentados 12 problemas de análise de imagens de SR e suas respectivas soluções pela abordagem morfológica. Estas soluções são inéditas e tem despertado interesse das pessoas que trabalham com análise de imagens tais como: Dra. Evlyn Novo do INPE que trabalha com liminologia e que sugeriu o trabalho para o estudo da geomorfologia de uma ilha em Manaus (Candeias, 1996b), mostrado na Figura 1(a) e Prof. Edilberto Bezerra de Sousa do Departamento de Eng. Agrícola da UFPB que sugeriu o trabalho de extração de isolinhas em um mapa topográfico (Candeias e Sousa, 1996), mostrado na Figura 1(b).

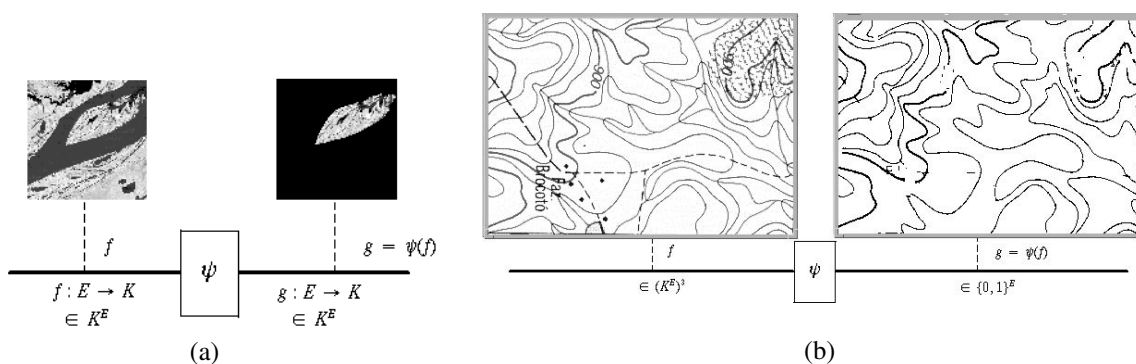


Fig. 1 – a) Extração de ilhas em imagem TM. c) Extração de isolinhas de uma carta topográfica.

1.1 – SENSORIAMENTO REMOTO

O SR surge hoje em dia como uma poderosa ferramenta para o monitoramento de mudanças globais. Isto deve-se ao fato da visão sinótica e da característica multispectral das imagens de SR. Esta área do conhecimento estuda o ambiente terrestre através da análise de dados fornecidos pelas imagens que representam as interações entre a radiação eletromagnética e os alvos presentes na superfície terrestre (Lillesand e Kiefer, 1994; Novo, 1992). Dentre estes estudos tem-se: o monitoramento ambiental, estudos urbanos, oceanográficos, geológicos, florestais, agrícolas, cartográficos etc..

No processo de extração dos objetos, ferramentas adequadas para extração de estruturas geométricas dos alvos é de fundamental importância. Como em geral, os softwares convencionais não possuem tais ferramentas, esta análise é desenvolvida de forma visual.

Na análise visual, o usuário detecta, identifica e mede o(s) objeto(s) ou o(s) padrão(ões) de interesse na imagem. Esta análise tem custos altos e são sujeitos a erros e subjetividade na extração.

Na análise de imagens por computador, o resultado apresenta-se na forma de uma imagem transformada (classificação de tipos de desmatamento, extração de estradas, etc.) ou na forma de medidas sobre a imagem original (contagem de área desmatada, solo, vegetação, etc.). Portanto, com as ferramentas computacionais, o usuário aplica uma transformação sobre a imagem e extrai as informações de interesse, diminuindo a subjetividade da análise, reduzindo gastos e tempo para a obtenção de resultados.

A seguir são mostradas algumas noções da Morfologia Matemática (MM) que auxiliaram neste trabalho a extração de informação baseadas na estrutura geométrica dos objetos na imagem.

1.2 – MORFOLOGIA MATEMÁTICA

A abordagem linear em processamento de imagens não é suficiente para extrair as estruturas geométricas dos objetos que formam uma imagem e por isto, o domínio de aplicação desta abordagem é restrita. Em análise de imagens, a necessidade da manipulação destas estruturas é muito comum. George Matheron e Jean Serra tiveram este tipo de problema na década de sessenta. Eles desejavam extrair informações a partir da análise de estruturas geométricas de amostras de rochas e de metais obtidas por imagens de microscópio. Porém, as ferramentas da abordagem linear não eram suficientes para extrair tais estruturas. Eles, então, desenvolveram uma nova abordagem não linear para análise espacial de estruturas que foi denominada de Morfologia Matemática (MM). Morfologia, por ajudar na análise de forma matemática, por esta análise se basear na teoria de conjuntos, topologia, reticulados, etc..

Toda a teoria da MM é construída a partir da noção de ordem parcial, isto é, de três axiomas (reflexividade, anti-simetria, transitividade). Em MM considera-se o caso particular dos conjuntos providos por uma relação de ordem parcial chamados de reticulados. Neste caso, pode-se definir duas operações: a união e a interseção que, por sua vez, tem as propriedades de comutatividade, associatividade e absorção. A partir destas idéias são construídas os operadores morfológicos (Candeias, 1997; Serra 1982; Banon e Barrera, 1994).

A MM está baseada na decomposição de uma transformação qualquer entre reticulados completos em termos de quatro classes de transformações elementares: dilatações, erosões, anti-dilatações e anti-erosões (Banon e Barrera, 1993). A construção destas transformações ou operadores da MM pode ser vista como um jogo de armar LEGO (Banon e Barrera, 1994). As peças a serem encaixadas são: dilatações, erosões, anti-dilatações e anti-erosões e os operadores são os objetos criados a partir destas peças. Esta teoria se apre-

senta como uma teoria unificada para problemas de processamento de imagens (Barrera, 1992), ou seja, é possível gerar metodologias para diversos estudos da extração de informação sobre imagens de SR usando as mesmas ferramentas da MM. As metodologias geradas a partir desta abordagem são formadas por seqüências de transformações. Estas metodologias extraem objetos a partir de imagens binárias, imagens em níveis de cinza e imagens coloridas, já que a cor é um atributo de grande importância em análise de imagens de SR. O estudo da morfologia sobre imagens coloridas é uma área em estudo e ainda não está completamente sedimentada. A partir da análise desenvolvida na tese, apresenta-se dois novos operadores, a expansão e a contração (Banon, 1995a) que são mais adaptados para o caso das imagens coloridas.

2 – ANÁLISE DE IMAGENS DE SENSORIAMENTO REMOTO POR MORFOLOGIA MATEMÁTICA

A comparação entre a análise visual e a análise por MM pode ser feita considerando o tipo de avaliação desenvolvida sobre a imagem. Na análise visual de imagens há uma avaliação qualitativa enquanto que a análise de imagens, por MM existe em uma avaliação quantitativa (Coster e Chermant, 1989). Nos dois tipos de análise, a extração de informação se baseia em um conjunto de atributos e em um contexto.

A solução de um problema de análise de imagens de SR por MM pode ser representada por um operador ou uma medida, isto é, por um mapeamento ψ entre reticulados (Figura 2) que transforma uma imagem f em L_1 em uma nova imagem g em L_2 (segmentação, classificação, etc.) ou no resultado de uma medida. Por sua vez, os operadores ou as medidas podem ser decompostos em termos de outros operadores mais simples que podem ser reutilizados em outras decomposições.

Para resolver um problema de análise de imagens em SR usando as ferramentas da MM é necessário que este problema esteja bem definido. Os passos para solução de um dado problema estão embutidos nesta definição. Quanto mais precisa for a definição de um problema, mais fácil será de encontrar ferramentas adequadas da MM para solucioná-lo.

Os doze exemplos desenvolvidos na tese são baseados nestes mapeamentos entre reticulados e são enumerados a seguir:

- 1 – Extração de pivô central em Guaíra por um atributo de forma
- 2 – Extração de corpos d'água por atributo de forma
- 3 – Reconhecimento de nuvens e sombras em imagens TM
- 4 – Homozenização de temas em uma imagem de radar segmentada por máxima verossimilhança
- 5 – Homozenização de temas por uma filtragem nos planos de bits
- 6 – Eliminação de listras horizontais em uma imagem NOAA
- 7 – Redução do ruído de fase em interferometria em uma imagem do vulcão Etna
- 8 – Casamento por seleção de feições em imagens multiespectral e pancromática do sensor SPOT

- 9 – Extração do reservatório buritama
- 10 – Extração de ilhas em imagens dos sensores TM, JERS e ERS-1
- 11 – Extração automática da drenagem em uma imagem de radar.
- 12 – Extração de isolinhas de uma carta topográfica

São escolhidos os exemplos 6, 9 e 11 dos doze exemplos mencionados anteriormente para exemplificar as metodologias usadas. Os outros exemplos não são mostrados aqui, mas podem ser vistos em Candeias (1997).

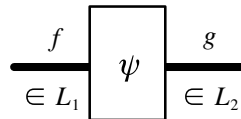


Fig. 2 – Solução de um problema de análise de imagens.

2.1 – EXTRAÇÃO DO RESERVATÓRIO BURITAMA

O monitoramento da água de um reservatório fornece a qualidade e a quantidade desta água. Isto é vital para a região abastecida por este reservatório. Uma análise desta região usando SR permite observar se há algum tipo de desequilíbrio de qualidade ou quantidade de água.

Um reservatório em uma imagem possui características espaciais bem distintas de um outro corpo d'água. Ele é um objeto grande que está conectado a um rio e possui uma represa que divide o rio do reservatório além de apresentar uma resposta espectral característica. Para este caso, o rio e o reservatório apresentam-se na banda (imagem) estudada com níveis de cinza baixos. A partir destas observações é desenvolvida a transformação ψ vista na Figura 3 para a extração do reservatório. Este exemplo foi objeto da publicação Candeias e Fernandez (1993).

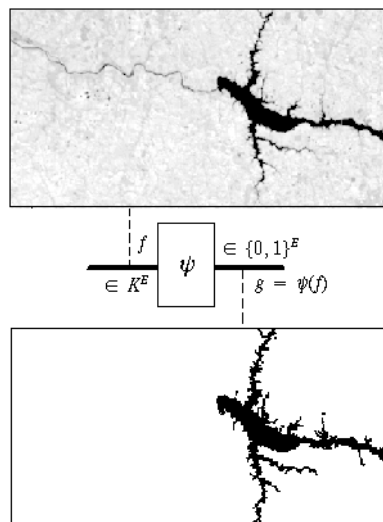


Fig. 3 – Extração do reservatório Buritama.

2.2 – ELIMINAÇÃO DA LISTRA HORIZONTAL EM UMA IMAGEM NOAA

A restauração de imagens muitas vezes pode ser considerada como um pré-processamento à análise de imagens. Ela é necessária para minimizar o efeito do ruído, sendo possível trabalhar com resultados mais próximos do caso ideal sem ruído. Este exemplo trata de uma listra horizontal que aparece em imagens NOAA e podem gerar problemas em uma classificação automática ou em um registro por correlação na região próxima ao ruído.

Uma listra em termos geométricos possui uma largura de um pixel e é exatamente horizontal. Do ponto de vista radiométrico, ela é formada por uma sequência de pixels com valores próximos de 255 e outro com valores próximos de zero, sendo que o tamanho máximo da sub-sequência de valores próximos de zero é de 59.

O processo de restauração obtido pela transformação ψ de uma imagem f é mostrado na Figura 4. Este exemplo foi objeto da publicação Banon e Candeias (1993).

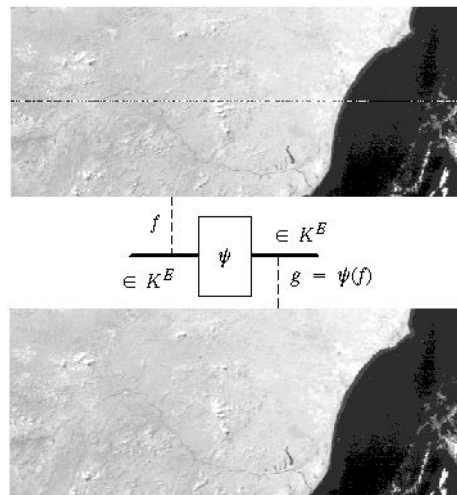


Fig. 4 – Eliminação de listras horizontais em uma imagem NOAA.

2.3 – EXTRAÇÃO DA DRENAGEM EM UMA IMAGEM DE RADAR

O arranjo espacial da rede de drenagem em uma região é dada por uma série de fatores ambientais tais como: relevo, clima, geologia, cobertura vegetal da área e características do tipo de solo presente. Como resultado desta avaliação, é possível obter a dinâmica anual de enchentes, caracterizar tipos de solos e seu potencial de erodibilidade, auxiliar no planejamento de rodovias e no planejamento de assentamentos.

As cartas topográficas possuem a rede de drenagem já mapeadas. Entretanto, devido à necessidade de se compilar uma série de informações em uma única carta, boa parte da drenagem é suprimida (rios menores). A partir de uma extração automática em

uma imagem, além de se otimizar e melhorar em todos os aspectos a extração da rede de drenagem, pode-se gerar estas informações para áreas que não está disponível nas cartas.

Em geral, a drenagem é extraída de forma manual. Propõe-se uma solução baseada em características espaciais e de contexto usando as ferramentas da MM. Mesmo com toda a complexidade que uma imagem de radar possui em termos de textura e ruído *speckle*, etc. é possível obter um resultado bastante satisfatório da extração da drenagem. A análise sobre este tipo de imagem baseada em características espaciais e contexto é bastante utilizada por um especialista de SR. A metodologia desenvolvida na Figura 5 para extração da drenagem se utiliza da heurística de como o especialista extrairia este objeto da imagem de forma manual. Na imagem considerada, supõe-se que a drenagem seja uma rampa de descida que está localizada após níveis de cinzas mais altos que seus vizinhos, nas direções de $-45, 0$ e 45 graus (Figura 5). Este exemplo foi objeto da publicação Candeias (1996a).

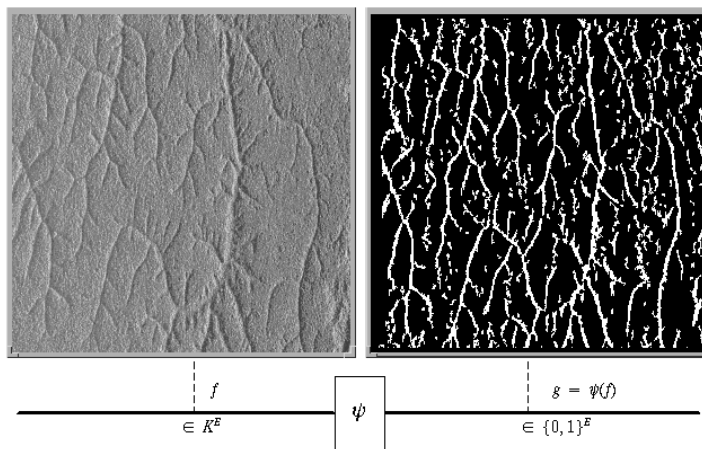


Fig. 5 – Extração automática da drenagem em uma imagem de radar.

3 – BANCO DE EXEMPLOS

Para disseminar as idéias da MM aplicadas a extração de informação em imagens de SR foi utilizado o paradigma de repositórios uniformes (uniform repositories). Utilizou-se uma biblioteca digital baseada neste paradigma e denotada de URLib (Banon, 1995c). Esta biblioteca supre os problemas de troca de informações entre as instituições bem como organiza e adequa as metodologias desenvolvidas pelos participantes em uma mesma sequência de armazenamento. Um exemplo do índice de um acervo local é mostrado na URL:<http://www.inpe.br/~analucia/URLib3>.

A vantagem de utilizar o paradigma da URLib é o acesso rápido de todas as metodologias desenvolvidas e acesso aos respectivos dados, tais como: workspaces, artigos, mapas digitalizados, imagem, etc..

Foi desenvolvido um banco de exemplos de análise de imagens de SR usando MM. Os exemplos são distribuídos ao longo de vários repositórios. Um deles con-

tem o banco de exemplos (Figura 6(a)) que fornece o acesso a todas as aplicações desenvolvidas e podem ser acessadas pela URL: <http://www.inpe.br/~analucia/URLib3/col/dpi.inpe.br/analucia/1996/10.22.14.39/doc/tag.html>.

A Figura 6(b) mostra um exemplo: Eliminação de uma listra horizontal NOAA (Banon e Candeias, 1993; Candeias, 1997) que pode ser acessado pela âncora Exemplos. Nesta figura, tem-se 4 âncoras que levam respectivamente para a definição do problema, sua solução, agradecimentos e referências.

Os 12 exemplos desenvolvidos seguem a mesma seqüência de passos que os da Figura 6(b) e podem ser acessadas pela âncora Exemplos da Figura 6 (a).

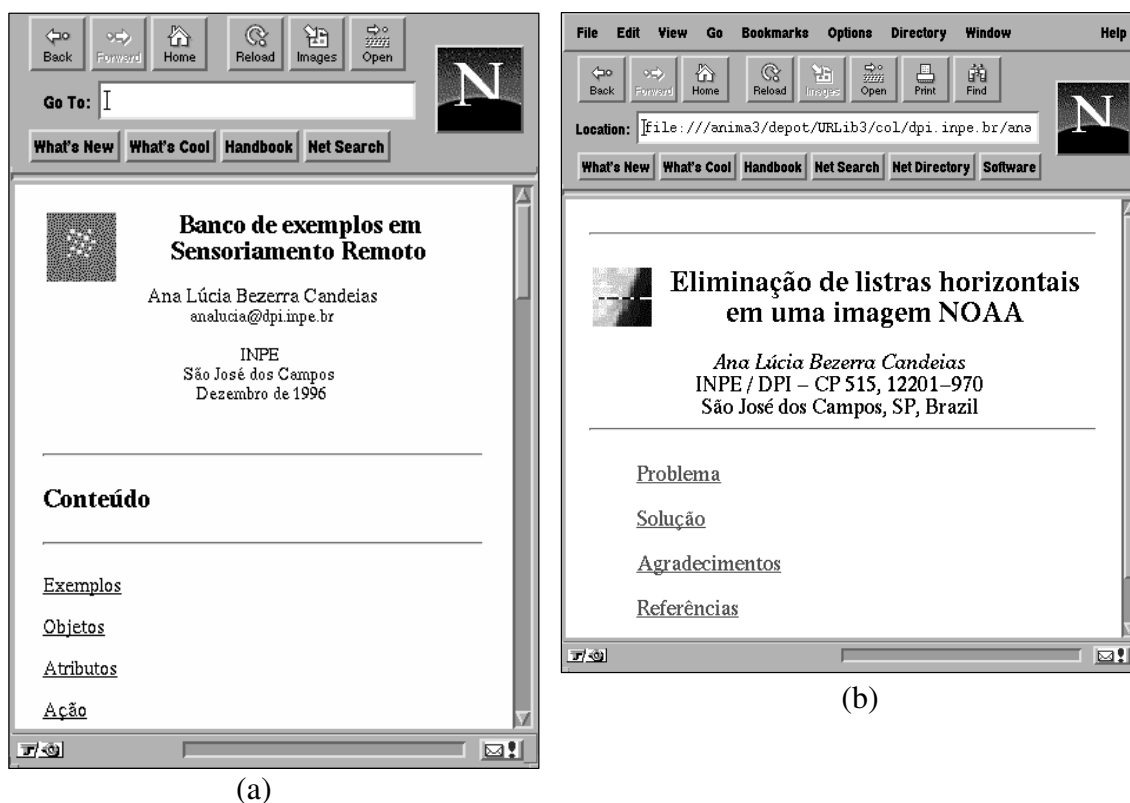


Fig. 6 – a) Banco de exemplos. b) Acesso HTML a um exemplo.

4 – CONCLUSÕES

A MM pode ser entendida como uma teoria unificada para a solução de problemas de processamento de imagens (Barrera, 1992) e fornece ao usuário possibilidades para extração de objetos na imagem. Foi visto que esta teoria é construída a partir da noção de ordem parcial e de reticulados. A partir da noção de ordem parcial de um reticulado, pode-se definir duas operações: união e interseção. Com estas operações é possível definir os operadores da dilatação, da erosão, da anti-dilatação e da anti-erosão que são as bases para outros operadores mais complexos.

Em geral uma imagem de SR se adequa a noção de ordem parcial. Porém para algumas imagens existe um problema de circularidade de dados e portanto a noção de uma única ordem parcial para estas imagens não é válida. Portanto, é necessário avaliar se o tipo do problema estudado possui a noção de ordem parcial.

Apesar do alto grau de complexidade das imagens de SR, é possível extrair objetos destas imagens usando as ferramentas da MM. Para exemplificar tais extrações, selecionou-se, na tese, doze exemplos de forma a mostrar a diversidade de problemas de análise de imagens de SR, onde as ferramentas da MM podem auxiliar. Estes exemplos foram adequadamente armazenados em uma biblioteca digital e podem ser acessados a partir de quatro tabelas. Foram mostrados neste trabalho, apenas três destes exemplos.

A utilização da programação visual disponível na plataforma KHOROS e da caixa de ferramentas MMach foram escolhidas por suportar uma programação visual e por facilitar a implementação de novas metodologias com recursos de armazenamento e recuperação dos passos das metodologias desenvolvidas, já que vários procedimentos são reutilizáveis em outras imagens ou em outras aplicações.

Esta tese trouxe vários conceitos novos tais como: restauração local do ruído em uma imagem NOAA, filtragem da fase interferométrica, a extração de isolinhas e de ilhas, a extração automática da drenagem, etc.

Como trabalhos futuros têm-se o aprimoramento de formas mais automáticas para solucionar alguns problemas vistos aqui, evitando uma limiarização da imagem para uma posterior extração de objeto, como no caso do exemplo da extração da ilha e do casamento de imagens, estudar mais a fundo as idéias dos operadores sobre imagens coloridas e aproveitar melhor este atributo na extração de objetos das imagens de SR.

REFERÊNCIAS

- Ansault, M.M.; Soille, P.J. Mathematical morphology: a tool for automated GIS data acquisition for scanned thematic maps. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, **56**(9):1263–1271, Sept. 1990.
- Banon, G. J. F. **Definição dos operadores tipo–dilatação e tipo–erosão para dados circulares**. São José dos Campos, 27 set. de 1995a. Comunicação pessoal.
- Banon, G. J. F. **Projeto AnIMoMat do ProTem–CC/CNPq**. Disponível no *site* inpe. URL:<http://www.inpe.br/~banon/URLib2/col/dpi.inpe.br/banon/1995/09.19.44>. Consultado em 15 dez. 1995b.
- Banon, G. J. F. **Uniform Repository Service**. Disponível no *site* inpe. URL: <http://www.inpe.br/~banon/URLib2/col/dpi.inpe.br/banon/1995/08.08.00.00/>. Consultado em 10 dez. 1995c.
- Banon, G. J. F.; Barrera, J. Morphological filtering for stripping correction of SPOT images. **Photogrammetria**, **43**(3/4):195–205, Mar. 1989.
- Banon, G. J. F.; Barrera, J. Decomposition of mappings between complete lattices by mathematical morphology. **Signal Processing**, **30**(3):299–327, Feb. 1993.

- Banon, G. J. F.; Barrera, J. **Bases da morfologia matemática para análise de imagens binárias.** Recife, UFPE–DI, 1994, 230p. Trabalho apresentado na 9. Escola de Computação, Recife, Julho, 1994.
- Banon, G. J. F.; Candeias, A. L. B. Restauração de imagens NOAA por morfologia matemática. In: **Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e Processamento de Imagens**, 6., Recife, out., 1993. **Anais.** Recife, Wagner, 1993. p. 139–145.
- Barrera, J. **Uma abordagem unificada para problemas de visão computacional.** (Tese de Doutorado em Engenharia Eletrônica) – INPE. São José dos Campos, 1992. (INPE 5391–TAE/012).
- Barrera J.; Banon G. J. F.; R. Lotufo, R. A. A. A mathematical morphology toolbox for the KHOROS system: specifications for Version 1.2b. In: Brazilian Workshop 95 on Mathematical Morphology, São José dos Campos. 1995, **Anais.** São José dos Campos. INPE, 1995. Disponível: *site* inpe. URL:<http://www.inpe.br/~banon/URLib2/col/ime.usp.br/jb/1996/04.03.14.02>. Consultado em dez. 1995.
- Candeias, A. L. B.; Mura, J. C. ; Dutra, L. V.; Moreira, J. M. Interferogram phase noise reduction using morphological and modified median filters. In: IGARSS'95 International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 1., Firenze, 10 –14 July. 1995. **Quantitative Remote Sensing for Science and Applications**, Piscataway, IEEE, 1995, p. 166–168.
- Candeias, A. L. B.; Fernandez, M. Delimitação do reservatório Buritama a partir da imagem simulada SSR usando morfologia matemática, In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 7., Curitiba. 10–14, maio 1993. **Anais.** São José dos Campos, INPE, 1993. v. 2, p. 318–322.
- Candeias A. L. B. Drainage network extraction from a SAREX'92 RADAR image SIBGRAPI'96. In: SIBGRAPI'96 Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e Processamento de Imagens, 9., Caxambu, 29–01 nov. 1996. **Anais.** Rio de Janeiro, Instituto de Matemática Pura e Aplicada. p. 143–150. Disponível: *site* impa. URL:<http://www.vigraf.impa.br/sibgrapi96/anais/artigos.html>. Consultado em nov. 1996a.
- Candeias A. L. B. Identificação de ilhas usando as ferramentas da morfologia matemática. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 8., Salvador, 1996, **Anais.** São Paulo: INPE/SELPER, 1996b. 6p. CD Rom, Seção artigos.
- Candeias A. L. B.; Sousa E. B. Aplicação da morfologia matemática na extração automática de curva de nível de carta topográfica. In: **Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**, 8., Salvador, 1996, **Anais.** São Paulo: INPE/SELPER, 1996. 6p. CD Rom, Seção artigos.
- Candeias, A. L. B. **Aplicação da morfologia matemática à análise de imagens de sensoriamento remoto.** (Tese de Doutorado em Computação Aplicada) – INPE. São José dos Campos, 1997. (no prelo).
- Coster, M.; Chermant, J. L. *Precis d'analyse d'image.* Paris, Centre National de la Recherche Scientifique, 1989, 560p.
- Destival, I. Mathematical morphology applied to remote sensing. **Acta Astronáutica.** **13(6/7):**371–385, June/July 1986.

- Flouzat, G. Review on image analysis with mathematical morphology in remote sensing. In: IGARSS' 89 International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Vancouver, 10–14 July 1989. **An economic tool for the nineties**. IEEE, Canada, 1989. v. 4, p. 2424–2429.
- Haralick, R. M.; Sternberg, S. R.; Zhuang, X. Image analysis using mathematical morphology. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, **9**(4):532–550, July 1987.
- Konstantinides, K.; Rasure, J. R. The KHOROS software development environment for image and signal processing. **IEEE Transactions on Image Processing**, **3**(3):243–252, 1994.
- Lillesand, T. M.; Kiefer, R. W. **Remote Sensing and image interpretation**. New York, John Wiley, 3.ed., 1994, 750p.
- Novo, E. M. L. **Sensoriamento remoto: princípios e aplicações**. São Paulo, Edgard Blucher, 1992, 308p.
- Serra, J. P. F. **Image analysis and mathematical morphology**. London, Academic Press, 1982, 610p. v.1.