

Capítulo 1

Introdução

A análise de imagens por computador digital (ou, simplesmente, *análise de imagens*) é uma tecnologia importante na sociedade moderna, pois auxilia o desenvolvimento de atividades humanas nas mais diversas áreas: medicina, odontologia, biologia, geologia, meteorologia, astronomia, engenharia de produção, robótica, física, química, macro-economia, direito, arquitetura, artes, arqueologia, ...

Um paciente com um tumor no cérebro necessita de uma cirurgia. A operação é delicada e o neurocirurgião deve planejá-la cuidadosamente. Dentre as informações mais relevantes para descrever o quadro estão a localização, o tamanho e a forma do tumor. Para adquirir dados dessa natureza o cirurgião dispõe da tomografia, um conjunto de imagens de fatias transversais do cérebro adquiridas por um dispositivo eletrônico. A análise dessas imagens leva às informações desejadas, porém este procedimento normalmente envolve tarefas complexas: visualização de objetos tridimensionais a partir de cortes, observação dos objetos sob pontos de vista diversos, diferenciação de texturas similares, tomada de medidas geométricas precisas, etc. Nesse caso, o papel da análise de imagens é exatamente fornecer ferramentas para simplificar essas tarefas.

Um robô móvel desenvolve tarefas num universo hostil. As suas câmeras acusam a presença de um obstáculo em rota de colisão e o computador de bordo corrige o seu curso. Para o seu deslocamento no ambiente desconhecido, o robô faz uso de algoritmos automáticos de análise de imagens para a identificação de alvos e a inferência de posição.

Os bancos de dados constituem um dos usos mais populares dos recursos da informática. Embora os bancos de dados mais comuns (funcionários de uma empresa, alunos de uma escola, etc.) armazenem apenas informações descritas na forma de cadeia de caracteres, existem aplicações em que é importante armazenar imagens: a polícia federal gostaria de dispor de um banco de fotos e impressões digitais de criminosos, o instituto de marcas e patentes gostaria de dispor de um banco dos logotipos das empresas cadastradas, o museu do Louvre gostaria de dispor de um banco de suas obras de artes, etc. Um dos problemas-chaves em banco de dados convencionais é a consulta e o mesmo vale para bancos de imagens. Dada uma certa amostra de impressão digital, como verificar se ela pertence a um criminoso fichado? Dado um certo logotipo proposto para ser registrado, como verificar se ele é plágio ou não? Dada uma certa obra de arte, como identificar qual o seu estilo? As técnicas de análise de imagens aparecem como o caminho natural para responder a essas perguntas.

Em uma sociedade cada vez mais competitiva, o controle de qualidade de produtos industrializados constitui uma das principais preocupações dos engenheiros de produção: as placas de circuitos impressos

devem ter as suas trilhas perfeitas, as barras de ligas metálicas devem suportar cargas correspondentes às suas especificações, as cintas de aço que robustessem os pneus devem estar distribuídas de forma regular ao longo da superfície de borracha, os grãos de arroz polidos não podem estar quebrados, as peças de cerâmica não podem estar lascadas, etc. Em todos os casos, o controle deve se processar de forma precisa, sistemática, eficiente e sem danificar o produto. A análise de imagens atinge esses objetivos através de algoritmos que identificam padrões geométricos que refletem qualidades dos produtos. Assim, as trilhas dos circuitos devem ser contínuas e disjuntas de trilhas vizinhas, a distribuição de grãos em secções transversais de ligas permite aferir a resistência do material, a distância entre as cintas dos pneus deve ser constante, os grãos de arroz devem ser pontegudos e ter um comprimento mínimo, as peças de cerâmica devem ser lisas.

Antes do advento do uso de computadores para a edição de textos, uma infinidade de documentos foi produzido por máquinas de escrever. A necessidade de arquivar esses documentos em bancos de dados ou reproduzi-los, após a modificação de pequenos trechos, motivou o desenvolvimento de equipamentos que adquirem esses documentos na forma de imagens digitais e os transformam em arquivos de caracteres compatíveis com os editores de texto. A principal tarefa desses sistemas de análise de imagens especializados é reconhecer os caracteres e palavras presentes nas imagens dos textos.

Estudos geológicos e sondagens locais em uma região apontam a existência de petróleo. Antes de tomar a decisão de investir recursos para a extração do óleo, o responsável pela empresa petrolífera necessita de maiores informações sobre a viabilidade econômica da operação. Uma das informações mais relevantes para caracterizar o quadro é a permeabilidade da rocha, isto é, a dificuldade que o óleo teria para escoar através da rede de canais internos à rocha. Para isso, é preciso estudar a geometria da rede de canais. Por exemplo, se existirem muitos canais estreitos a energia necessária para retirar o óleo tende a ser grande. Usualmente, extrai-se uma amostra cilíndrica da rocha e corta-se essa amostra em fatias transversais. Cada fatia corresponderá a uma imagem. A partir desse conjunto de imagens, reconstrói-se a estrutura tridimensional dos canais. Os problemas envolvidos nesse procedimento são similares aos que aparecem na análise de tomografias.

O volume da safra agrícola é um parâmetro macro-econômico muito importante, contudo, em países de dimensão continental, como o Brasil e o Canadá, a sua estimativa é uma tarefa complexa. O caminho usualmente adotado para atacar o problema é a análise de imagens de sensoriamento remoto. Cada cultura tem uma resposta característica, quando observada pelos sensores dos satélites: a “assinatura espectral”. Os procedimentos de análise de imagens devem identificar as regiões onde ocorrem culturas com a mesma assinatura espectral. Procedimentos análogos podem ser adotados para identificar e classificar outras formas de ocupação do solo, como, por exemplo, o nível e a origem de desmatamentos em grandes florestas.

E o número de exemplos de aplicações não para por aqui. Poderíamos falar do controle de tráfico urbano, da previsão de tempo, da análise de campos de temperatura, da classificação de cromossomos ou de galáxias, da análise do adensamento de células com aberrações genéticas, etc. De fato, parece que a cada dia que passa surgem novos horizontes para aplicações dessa tecnologia emergente, que é tema de pesquisas contínuas em universidades e centros de pesquisa de todo o mundo.

Apesar da incrível diversidade de objetivos, todos esses problemas têm uma característica comum: a necessidade de *extrair informações a partir de imagens*.

A noção intuitiva de imagem encerra um conjunto de informações: *sugestões, significados, ambiguidades*, etc. Normalmente, dependendo do contexto envolvido, essas informações têm características completamente diferenciadas: um biólogo examinando através de um microscópio as características dos cromossomos de uma célula é capaz de responder algumas perguntas relativas a herança genética do indivíduo do qual a célula foi extraída, um geólogo examinando feições lineares em fotos aéreas é capaz de responder

perguntas relativas a características geológicas da região. Embora as imagens microscópicas de cromossomos e as imagens áreas de feições geológicas forneçam informações absolutamente não correlacionadas, as duas imagens podem ter características *geométricas* e *espectrais* similares, por exemplo, um cromossomo observado individualmente poderia ser confundido com um pequeno rio ou com um trecho de estrada. A análise de imagens explora exatamente as características geométricas e espectrais comuns a qualquer imagem, de forma que um único conjunto de técnicas é aplicável aos mais diversos contextos.

As pesquisas em análise de imagens iniciaram-se no início da década de sessenta, como parte das atividades do programa espacial americano, conduzido pela NASA. O objetivo original era melhorar a qualidade das imagens captadas pelas sondas espaciais. Com o passar dos anos a tecnologia desenvolvida foi reaproveitada em outros campos e apareceram novos problemas, que motivaram novas descobertas. Historicamente, a área sofreu grande influência das universidades americanas e caracterizou-se pelo uso de técnicas digitais de diversas naturezas: *filtragem linear*, *reconhecimento estatístico de padrões*, *gramáticas formais*, *redes neurais*, *inteligência artificial*, etc.

Por volta do ano de 1964, na École Nationale Supérieure des Mines de Paris, em Fontainebleau, George Matheron e Jean Serra decidiram experimentar uma abordagem singular para resolver problemas de análise de imagens: *extrair informação de imagens a partir de transformações de formas*, realizadas através de dois operadores ou transformações elementares, que eles denominaram *dilatação* e *erosão*.

A dilatação e a erosão foram criadas a partir das noções de *soma e subtração de Minkowski*, introduzidas, respectivamente, por Minkowski [Minkow03] e Hadwiger [Hadwig50, Hadwig57]. As transformações produzidas nas imagens binárias (i.e. cujos pixels podem tomar apenas os valores 0 ou 1) pelas dilatações e erosões dependem de padrões predefinidos, chamados *elementos estruturantes*, que as sondam localmente. Na dilatação, verifica-se quando o elemento estruturante toca o objeto (i.e., os pixels da imagem binária que têm o valor 1) e na erosão, quando ele está contido.

Fazendo a analogia com um jogo de armar, os operadores seriam os objetos criados, enquanto as dilatações e as erosões seriam as peças a serem encaixadas. Assim como no jogo de armar as peças são usadas para construir módulos e os módulos são integrados para formar objetos, na estratégia de Matheron e Serra, as dilatações e as erosões são usadas para criar operadores simples e estes são compostos para produzir operadores mais complexos. De fato, este mecanismo levou a resultados muito interessantes: os diversos *esqueletos*, a descrição de formas por *granulometria*, os *filtros morfológicos*, a *extração de contornos*, o *preenchimento de buracos*, etc.

Entre 1964 e 1968, Matheron e Serra, com a ajuda do engenheiro Jean Claude Klein, transformaram a sua idéia em tecnologia, construindo o primeiro analisador morfológico de imagens: o “*Texture Analyser*”, um computador com hardware especializado para realizar, com eficiência, dilatações, erosões e operações lógicas entre imagens binárias. Com esse instrumento muitos problemas práticos de análise de imagens foram resolvidos, o que motivou a sua industrialização e provocou um grande impulso das pesquisas em uma nova disciplina: a *Morfologia Matemática* (MM).

O nome Morfologia Matemática, hoje em dia consagrado, apareceu na época no próprio campus de Fontainebleau. A palavra *morfologia* vem do grego e significa estudo (i.e. *logia*) das formas (i.e. *morphos*). Consistente com o significado literal, o propósito original era analisar estruturas geométricas, em imagens microscópicas de amostras de rochas ou metais, e relacionar os resultados com propriedades físicas dos materiais.

Ainda na década de sessenta, Serra e Matheron fundaram o Centre de Morphologie Mathématique de l’École National Supérieur des Mines de Paris. Os principais resultados obtidos nesse centro ao longo de três décadas de pesquisa foram organizados em três livros: *Random Sets and Integral Geometry* [Mather75], *Image Analysis and Mathematical Morphology* [Serra82] e *Image Analysis and Mathemati-*

cal Morphology, part II [Serra88]. Esses três livros, hoje clássicos da área, estabeleceram as bases da teoria e indicaram como ela pode ser aplicada a problemas reais de análise de imagens.

As bases teóricas da MM para subconjuntos foram formalizadas pelos próprios Serra e Matheron nos primeiros anos de pesquisa. Estudando as dilatações e erosões, eles descobriram uma coleção de propriedades interessantes e chegaram a um resultado instigante: *qualquer operador invariante por translação (i.t.) e isotônico ou crescente (i.e., que preserva a relação de inclusão) pode ser decomposto como um supremo de erosões ou ínfimo de dilatações*. Em outros termos, as dilatações e erosões são os elementos fundamentais para construir uma ampla classe de operadores. Este resultado teórico vinha a corroborar com a riqueza dos resultados práticos obtidos pelo “Texture Analyser”.

Posteriormente, as idéias estabelecidas para operadores sobre subconjuntos foram estendidas para operadores sobre funções (i.e. imagens em níveis de cinza). A ligação entre os conceitos aplicados a subconjuntos e os conceitos aplicados a funções estabeleceu-se pela noção de *sombra de uma função* (i.e. lugar geométrico dos pontos situados abaixo do gráfico da função). As erosões e as dilatações aplicadas a uma função têm uma relação um para um com erosões e dilatações aplicadas à sombra desta mesma função. Dadas as definições de erosão e dilatação entre funções, pode-se construir uma série de operadores análogos aos conhecidos para subconjuntos.

Os operadores clássicos aplicados a funções reais são os *operadores lineares i.t.*. Estes operadores têm certas características singulares: existe uma relação um para um entre o conjunto dos operadores lineares i.t. e o conjunto das funções reais, isto é, a cada operador linear podemos associar uma única função real, chamada de *função de espalhamento puntual*, e a cada função real podemos associar um único operador linear; o transformado de uma função real por um operador linear é o *produto de convolução* desta função pela função de espalhamento puntual do operador.

As dilatações e erosões i.t. aplicadas a subconjuntos têm certas características semelhantes aos operadores lineares: existe uma relação um para um entre o conjunto das dilatações (resp. erosões) e o conjunto dos subconjuntos, isto é, a cada dilatação (resp. erosão) podemos associar um único subconjunto, chamado de *elemento estruturante*, e a cada subconjunto podemos associar uma única dilatação (resp. erosão); o transformado de um subconjunto por uma dilatação (resp. erosão) é a *soma* (resp. *diferença*) de *Minkowski* deste subconjunto pelo elemento estruturante da dilatação (resp. erosão).

Algumas contribuições à teoria da MM para funções foram feitas por Sternberg, que também criou, juntamente com os seus colaboradores do Environment Research Institute of Michigan, um sistema para a análise de imagens biomédicas: o “*Cytocomputer*”.

A partir da década de oitenta, Matheron e Serra perceberam que os resultados obtidos para conjuntos e funções tinham essencialmente um fator comum: dependiam de uma relação de ordem, a inclusão, no caso de subconjuntos, e a relação de ordem herdada da relação de ordem entre números inteiros, no caso de funções. Este fato motivou a generalização da teoria para o domínio dos *reticulados completos*: conjuntos providos de uma relação de ordem e tais que o supremo e o ínfimo de qualquer subconjunto existem.

A partir dessa formulação mais abstrata, as definições e propriedades da MM para subconjuntos e funções podiam ser vistas como casos particulares de uma teoria geral. A formulação da MM sobre reticulados completos permitiu também reinterpretar resultados clássicos e vislumbrar novos horizontes: as *limiarizações* de imagens em níveis de cinza, as *funções distâncias* e a *amostragem* podem ser vistas como erosões ou dilatações, etc.

A idéia de decomposição de operadores i.t. e isotônicos em termos de erosões ou dilatações foi retomada por Maragos e por Dougherty e Giardina, que, independentemente, concluíram que existia um conjunto mínimo de erosões ou dilatações suficiente para representar os operadores dessa classe.

Os resultados sobre a decomposição de operadores i.t. e isotônicos foram generalizados por Banon e Barrera para o caso de operadores i.t. não necessariamente isotônicos. Esta extensão foi possível com a introdução de mais duas classes de operadores elementares: as *anti-dilatações* e as *anti-erosões*.

A partir dessas decomposições, Dougherty desenvolveu a técnica de projeto de filtros morfológicos ótimos. A idéia original de Dougherty foi aplicar a teoria de estimação clássica para estimar a base de um operador que é ótimo segundo um certo critério, por exemplo, o mínimo erro absoluto ou o mínimo erro quadrático. Como qualquer operador i.t. tem uma base correspondente, o universo de busca é a própria classe dos operadores i.t.. Esta formulação é o primeiro resultado conhecido que permite o projeto de filtros morfológicos.

Banon and Barrera ainda estenderam o seu resultado original sobre subconjuntos para o caso geral de operadores quaisquer entre dois reticulados completos. Este resultado é ainda mais instigante, pois garante que a MM é capaz de representar qualquer transformação entre reticulados completos. Em particular, a *teoria de circuitos de chaveamento*, classicamente empregada para o projeto de arquiteturas de computadores, pode ser vista como uma caso particular da representação de transformações entre reticulados completos pela MM.

Outros resultados relevantes no domínio dos reticulados completos são a teoria dos *filtros morfológicos*, devida a [Serra88], e a *morfologia sobre grafos*, devida a Vincent. Na sua teoria dos filtros morfológicos, Serra estudou detalhadamente a classe dos operadores isotônicos e idempotentes (i.e., invariantes a autocomposição). Vincent, propôs a generalização de uma coleção de algoritmos clássicos para o domínio dos grafos de vizinhança (i.e., grafos construídos a partir da relação de vizinhança entre objetos).

Em resumo, sob um ponto de vista teórico, a MM estuda decomposições de operadores (i.e. mapeamentos ou transformações) entre reticulados completos em termos de quatro classes de operadores elementares: *dilatações*, *erosões*, *anti-dilatações* e *anti-erosões*. Esta teoria é suportada por vários resultados teóricos, que caracterizam propriedades importantes de várias classes de operadores entre reticulados completos, como os filtros morfológicos, os esqueletos, as granulometrias, etc. Sob um ponto de vista prático, esta técnica tem aplicações em vários Problemas de Análise de Imagens (e.g. *restauração*, *segmentação*, *medidas*, *descrição simbólica*, etc.), assim constituindo-se em uma abordagem unificada para os Problemas de Análise de Imagens. Este fato, é uma característica singular da MM, pois classicamente cada tipo de problema em Análise de Imagens é resolvido por um conjunto de técnicas que não são úteis para outros tipos de problemas.

O estudo da MM ficou restrito ao grupo da École des Mines de Paris por vários anos, antes de encontrar outros adaptos na Europa e Estados Unidos. Um fato que evidenciou o crescimento do interesse da comunidade científica internacional pela MM foi a publicação de números especiais sobre o tema nas revistas *Computer Vision*, *Graphics and Image Processing* e *Signal Processing*, respectivamente, em 1986 e 1989.

Hoje, a MM é uma matéria intensivamente pesquisada em Universidades e Centros de Pesquisa de todo o mundo, contando com dois congressos internacionais específicos sobre o tema, vários livros publicados e em preparação, além de uma extensa coleção de artigos nos periódicos mais importantes das áreas de Análise de imagens e Matemática.

Este livro é uma introdução à MM para subconjuntos e suas aplicações em *Análise de Imagens Binárias Bidimensionais*. Associado ao livro oferecemos um software para análise morfológica de imagens: a *caixa de ferramentas MMach*. Este software roda sobre a plataforma KHOROS, que é um ambiente para Análise de Imagens que tornou-se muito popular. No apêndice A apresentamos uma breve descrição da caixa de ferramentas MMach.

No Capítulo 2 é introduzida a noção de *imagem binária*, assim como, as duas estruturas matemáticas apropriadas para descrevê-las: a *álgebra de Boole* e o *reticulado completo*. As imagens binárias são representadas equivalentemente por *subconjuntos* ou *funções binárias*. Para falar dessa equivalência apresentamos também a noção de *isomorfismo*. As noções de reticulado completo e isomorfismo serão retomadas em outros capítulos para descreverem outros objetos de interesse.

No Capítulo 3, introduzimos a definição axiomática dos *operadores elementares da MM*, assim como, a representação construtiva da dilatação. Na última parte deste capítulo, apresentamos formas de construção de um operador a partir de outros e estudamos as propriedades que são preservadas nestas construções. Mostramos também que as classes dos operadores elementares formam reticulados completos.

No Capítulo 4, estruturamos o domínio dos operadores como um *grupo Abelian*. Essa estrutura permite definir a operação de *translação* e, conseqüentemente, a classe dos *operadores invariantes por translação* (i.t.). Introduzimos também as noções de *adição e subtração de Minkowski* e verificamos que os operadores elementares i.t. podem ser descritos explicitamente em termos dessas operações. Para aproveitar as propriedades interessantes dos operadores i.t. e evitar os efeitos de borda indesejáveis que eles podem apresentar em certas condições práticas, definimos ainda a classe dos *operadores condicionalmente invariantes por translação*.

No Capítulo 5 voltamos a estudar os operadores elementares definidos no Capítulo 3 em toda a sua generalidade. Dentro desse contexto introduzimos a noção de *dualidade entre dilatações e erosões* como uma correspondência um para um entre o conjunto das dilatações e o conjunto das erosões. Exemplificamos este conceito apresentando duas das mais importantes dualidades conhecidas: aquela baseada na estrutura de reticulado completo e aquela baseada na estrutura de reticulado completo Booleano. A partir da primeira, deduzimos também uma caracterização para as erosões a partir da caracterização para as dilatações apresentada no Capítulo 3.

No Capítulo 6 introduzimos duas novas classes de operadores: as *aberturas* e os *fechamentos*, que ocupam um papel fundamental na área dos *filtros morfológicos*. Primeiramente, apresentamos as noções de *aberturas e fechamentos algébricos*. Em seguida, apresentamos os casos particulares das *aberturas* e dos *fechamentos morfológicos*. Finalmente, estudamos as aberturas e fechamentos i.t. e apresentamos o teorema de Matheron para as aberturas e fechamentos, que estabelece uma forma construtiva para a representação de aberturas e fechamentos algébricos, respectivamente, em termos de aberturas e fechamentos morfológicos.

No Capítulo 7 apresentamos a teoria da *Topologia Digital*, que estuda a aplicação das noções definidas em *Topologia* sobre imagens binárias. A partir da noção de *espaço morfológico*, que se apresenta como uma simplificação da noção de espaço topológico, introduzimos alguns conceitos básicos de Topologia Digital, tais como *conexidade, ponto isolado, bordas, árvores de adjacência, homotopia*, etc.

No Capítulo 8 mostramos que a MM pode ser entendida como uma linguagem formal para a descrição de operadores: a *Linguagem Morfológica*. A partir da caracterização da MM como uma linguagem formal conceituamos uma *Máquina Morfológica* como uma implementação particular da Linguagem Morfológica. Assim, um *programa em uma Máquina Morfológica* corresponderá a uma *frase da Linguagem Morfológica*. Finalmente, discutimos a arquitetura de uma Máquina Morfológica típica.

No capítulo 9 apresentamos um conjunto de programas para Máquinas Morfológicas (i.e., operadores da MM) que têm sido usados intensivamente para solucionar problemas de Análise de imagens: a *Caixa de Ferramentas da Morfologia Matemática*. Esses programas são organizados hierarquicamente conforme o número de chamadas que fazem a programas que representam operadores elementares. Uma coleção de exemplos de aplicação ilustram o efeito dessas ferramentas a imagens reais.