



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

INPE-11429-RPQ/767

**BASES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA PARA ANÁLISE DE  
IMAGENS BINÁRIAS**

**2ª EDIÇÃO**

Gerald Jean Francis Banon  
Junior Barrera

INPE  
São José dos Campos  
1998

## **OS AUTORES**

Gerald Jean Francis Banon é pesquisador Sênior da Divisão de Processamento de Imagens (DPI) do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), em São José dos Campos, SP. Ele é engenheiro eletrônico, especialista em controle automático, pelo “Institut Nationale des Sciences Appliquées” (INSA) em Toulouse, França, “Docteur Ingénieur” e “Docteur d’état” em Controle Automático e Sistemas pela Universidade Paul Sabatier em Toulouse, França. Suas áreas de interesse são Processamento Digital de Imagens e Morfologia Matemática.

banon@dpi.inpe.br

Junior Barrera é pesquisador assistente do Departamento de Ciência da Computação (DCC) do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo, em São Paulo, SP. Ele é engenheiro electricista, especialista em controle automático, pela Faculdade de Engenharia Elétrica da Escola Politécnica da USP (FEE – EPUSP), mestre em Computação Aplicada pelo INPE e Doutor em Controle Automático e Sistemas pela FEE–EPUSP. Suas áreas de interesse são Processamento Digital de Imagens e Morfologia Matemática.

jb@ime.usp.br

Este livro é dedicado a

Martha

Lise

Gabriela

Michelle

René, com eterna saudade

e a

Sylvia

Juliana

Rodrigo

Helena

João

# Prefácio

A Morfologia Matemática foi criada em meados da década de sessenta, pelo grupo liderado por Georges Matheron e Jean Serra, da École Supérieure des Mines de Paris, em Fontainebleau. Até o final dos anos setenta, seu grande potencial para a Análise de Imagens tinha sido reconhecido e bastante utilizado na Europa, principalmente nas áreas envolvendo Microscopia. A partir dos anos oitenta, a Morfologia Matemática começou também a ser difundida nos Estados Unidos e hoje é um fértil campo de pesquisas, tanto teóricas como práticas, sendo vigorosamente explorado em todo o mundo.

No INPE, a Morfologia Matemática começou a ser estudada por volta de 1984, com a chegada de um engenheiro que participava de um programa de cooperação técnica com a França, Christian Guichou. Em 1986, foi desenvolvido na Divisão de Processamento de Imagens do INPE um software de Análise de Imagens baseado na Morfologia Matemática e denominado ANIMA, por vários membros daquela Divisão. Embora esse software fosse relativamente simples, oferecendo apenas algumas operações em imagens binárias, já era possível obter resultados interessantes, como detecção de bordas, contagem de partículas, etc. No ano seguinte, um dos autores deste livro, Junior Barrera, completou com brilho sua dissertação de mestrado na área. Os estudos prosseguiram, com o outro autor do livro, Dr. Gerald J. F. Banon, liderando uma série de seminários sobre os trabalhos de Petros Maragos. Além de alguns resultados aplicados, envolvendo a eliminação de listras em imagens do satélite Spot, ou a avaliação do desempenho de detectores morfológicos de bordas que haviam sido propostos por Robert M. Haralick, importantes resultados teóricos foram obtidos pelos autores deste livro, com a generalização de decomposições para operadores invariantes por translação (i.t.) e isotônicos, para o caso de operadores i.t., mas não necessariamente isotônicos e a extensão desses resultados originalmente formulados para subconjuntos, para o caso geral de transformações quaisquer entre dois reticulados completos.

O autor deste prefácio teve, portanto, a oportunidade de ser testemunha do empenho e da capacidade demonstrados pelos Drs. Banon e Barrera, que agora oferecem à comunidade acadêmica a oportunidade de, pela primeira vez, ter disponível em língua portuguesa um texto dedicado à Morfologia Matemática.

São José dos Campos, maio de 1994.

Nelson D. A. Mascarenhas.

Esta segunda edição contém pequenas correções de datilografia que não alteraram a paginação da primeira edição. Estas correções foram o resultado de uma releitura cuidadosa e de observações transmitidas pelos leitores ao autor. Com o avanço da tecnologia durante este quatro anos, é agora possível disponibilizar a íntegra deste livro de forma eletrônica.

São José dos Campos, julho de 1998.

Gerald J. F. Banon e Junior Barrera.

## Agradecimentos

Nós gostaríamos de agradecer a várias pessoas que contribuíram com as nossas pesquisas em Morfologia Matemática, que iniciamos em meados da década de oitenta no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e que acabaram levando à confecção deste livro.

Em primeiro lugar, gostaríamos de agradecer ao Dr. Cristian Guichou, que, durante o seu estágio de cooperação científica no INPE em 1984, nos apresentou às idéias e ferramentas computacionais desenvolvidas pelos pesquisadores do “Centre de Morphologie Mathématique de l’École Supérieure des Mines de Paris” (CMM).

Gostaríamos de agradecer também ao Dr. Jean Serra, diretor do CMM e um dos fundadores da Morfologia Matemática, pela inestimável colaboração nesses anos, nos acolhendo por diversas vezes em Fontainebleau; nos visitando e oferecendo um curso no SIBGRAPI’92, e, sobretudo, nos propiciando contínuo acesso às publicações mais recentes do CMM.

Agradecemos ao Dr. Roberto de Alencar Lotufo e aos alunos Adriano Nagel Schimidt Rodrigues e Luis Fernando dos Santos Vieira, à bolsista Maria Celeste Vilela e ao cooperante francês Guy Pilchen pela colaboração no desenvolvimento do software de Morfologia Matemática, que está sendo distribuído junto com este livro.

Gostaríamos de agradecer ainda a colaboração dos alunos de pós-graduação dos cursos de Morfologia Matemática, que oferecemos desde 1991 no INPE e desde 1992 na USP. Em especial, agradecemos aos alunos Ana Lucia Bezerra Candeias e João Ricardo de Freitas Oliveira pela revisão de parte do texto deste livro, e à Maria Magdalena F. Rodriguez pelas discussões enriquecedoras sobre o assunto: Topologia versus Topologia Digital.

Somos gratos também pelo apoio recebido da direção da Divisão de Processamento de Imagens do INPE, nas pessoas dos engenheiros Ricardo Cartaxo e Gilberto Câmara Neto, e do Departamento de Ciência da Computação da USP (DCC-USP), nas pessoas do Dr. Imre Simon e do Dr. Routo Terada..

Somos especialmente gratos aos organizadores desta IX Escola de Computação e em particular à seu presidente, o Dr. Silvio Lemos Meira, pela oportunidade de divulgar este livro.

Não poderíamos deixar de agradecer também aos colegas do INPE e do DCC-USP que direta ou indiretamente colaboraram com o desenvolvimento deste trabalho. Em especial, nossos sinceros agradecimentos e nossa eterna amizade ao Dr. Nelson D. A. Mascarenhas que tão gentilmente aceitou prefaciar este livro.

Finalmente, gostaríamos de deixar o nosso agradecimento a nossas esposas e filhos pelo apoio e compreensão durante todos esses anos.

Durante o período de elaboração deste livro, os autores receberam o apoio do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), através do processo 91/3532-2.

Estado de São Paulo, maio de 1994.

Gerald J. F. Banon e Junior Barrera.

# Conteúdo

|   |             |
|---|-------------|
| <b>Lista de figuras</b>   | <b>ix</b>   |
| <b>Lista de tabelas</b>   | <b>xiii</b> |
| <b>1 Introdução</b>   |             |
| <b>2 Álgebra e imagens binárias</b>                                     |             |
| 2.1 Subconjuntos versus funções binárias                                | 7           |
| 2.2 Álgebras de Boole dos subconjuntos e das funções binárias           | 10          |
| 2.3 Extensão das operações de união e interseção                        | 16          |
| 2.4 Reticulados dos subconjuntos e das funções binárias                 | 21          |
| <b>3 Operadores sobre subconjuntos</b>                                  |             |
| 3.1 Operadores  | 31          |
| 3.2 Dilatações, erosões, anti-dilatações e anti-erosões                 | 34          |
| 3.3 Operações sobre operadores  | 36          |
| <b>4 Operadores invariantes por translação</b>                          |             |
| 4.1 Translações e transposição  | 51          |
| 4.2 Adição e subtração de Minkowski                                     | 65          |
| 4.3 Dilatações e erosões invariantes por translação                     | 71          |
| 4.4 Dilatações e erosões condicionalmente invariantes por translação    | 79          |
| <b>5 Dualidades entre dilatações e erosões</b>                          |             |
| 5.1 Conexão de Galois   | 81          |
| 5.2 Dualidade por complementação  | 90          |
| <b>6 Aberturas e fechamentos</b>  |             |
| 6.1 Aberturas e fechamentos algébricos                                  | 99          |
| 6.2 Aberturas e fechamentos morfológicos                                | 110         |
| 6.3 Aberturas e fechamentos invariantes por translação                  | 114         |
| 6.4 Aberturas e fechamentos condicionalmente invariantes por translação | 128         |
| <b>7 Topologia Digital</b>  |             |
| 7.1 Conexidade  | 131         |
| 7.2 Buraco, borda, árvore de adjacência e homotopia                     | 142         |

|  |            |
|--|------------|
| <b>8 Máquinas Morfológicas</b>                         |            |
| 8.1 Linguagem morfológica                              | 151        |
| 8.2 Elementos estruturantes primitivos                 | 154        |
| 8.3 Descrição de uma Máquina Morfológica               | 156        |
| <b>9 Caixa de ferramentas da Morfologia Matemática</b> |            |
| 9.1 Programas de nível 1                               | 173        |
| 9.2 Programas de nível 2                               | 180        |
| 9.3 Programas de nível 3                               | 201        |
| <b>A Caixa de ferramentas MMach</b>                    |            |
| A.1 Sistema KHOROS                                     | 217        |
| A.2 Arquitetura da caixa de ferramentas MMach          | 218        |
| A.3 Conteúdo da caixa de ferramentas MMach             | 219        |
| A.4 Avaliação de desempenho dos algoritmos             | 220        |
| <b>Bibliografia</b>                                    | <b>221</b> |
| <b>Índice</b>  | <b>225</b> |